

はじめに（未定稿）

2025/9/1

少し前に、終活に向けて家の整理をしていたら、20 年以上前の手書きのレポートがいくつか見つかった。内容は、beam loading（注）、waveguide の反射、beam monitor の解析等に関するものである。昔はこんなことを書いていたのかと新発見をしたが、少し復習しないと内容が理解できそうもない。また、手書きのレポートをパソコン入力してみるのも悪くないかとも思ったが、ページ数、特に式がかなり多いので、時間がかかりそうなのと、もしかしたら内容は当時でも取り立てて新しいものでなく、今では当然、陳腐化しているかもしれないと思い、そのまま放ってある。

しかし、これら手書きのレポートの詳細はよくわからないでも、基本的な考えの多くは、等価回路に基づくものである。そこで、以下の「内容の概要」に列挙したような項目について、若干の考察をしたものの方がむしろおもしろい、役に立つのではないかと、文章化を試みることにした。

なお、筆者は、回路や電気工学等については、全くの素人で、少しばかり独学した程度であるので、回路の設計や製作については、「普通の」大学生レベルを超えていないであろう。また、以下の内容は、専門家から見たら、全く当たり前のことで、内容によっては間違っているかもしれない。よって、この点は事前にお断りしておかなければならないが、それでも、いくつかの点について、おもしろいと思っていただけるものがあれば幸いである。

（注）加速器関係者への参考文献： 最近では、beam loading に関して、もっと優れた解説があるかもしれないが、個人的には、次の文献を是非、推奨したい（そのうち、復習したいと思っている）。

1. P. B. Wilson, "KEK LECTURES ON BEAM LOADING AND IMPEDANCE PROBLEMS IN e^+e^- STORAGE RINGS", KEK-ACCELERATOR-79-7, March 1980.

<https://lib-extopc.kek.jp/preprints/PDF/1979/7920/7920007.pdf>

（若干のミスプリがあるが、「それに余り有る」優れた解説であると思う）

2. P. B. Wilson, "Transient Beam Loading in Electron Positron Storage Rings", PEP-Note-276.

<https://www.osti.gov/servlets/purl/6401786>

または、同名のCERN-ISR-TH/78-23 (Rev.)

<https://cds.cern.ch/record/119634/files/cer-000030126.pdf>

（余分な注）J. C. Slater等が指摘しているように（多分、指摘するまでもなく）、マイクロ波は等価回路だけでは、解析したり、理解することはできないことは明らかであろう。よって、これを理解するためには、another worldに踏み入る必要がある。しかし、相当程度のことが等価回路または回路的な取り扱いで理解できる（場合によっては、この方がよくわかる）ということは念頭においておく必要があるであろう。

<内容の概要>

(0) 準備的注意

- ・虚数単位、phasor 表示、複素パワー、実効値

(I) Thevenin の定理、Norton の定理（等価回路 (equivalent circuit)）

- ・テブナン (Thevenin)、ノートン (Norton) に関する逸話の紹介
- ・テブナンの定理及びノートンの定理の証明
- ・定理の簡単な応用例

前者の初等的導出については、いろいろな文献にあるが、後者についてはあまり見当たらないようなので、両者を比較しつつ、初等的な説明をすることにする。なお、ここでは、これらの定理の回路への応用については、ほんの二例ほどを取り上げるのみであり、力学や波動、及びマイクロ波などの電磁波等々の他の分野への等価回路の適用については一切、触れていない。

(II) Faraday の法則（続）

これは、本ホームページに掲載した「ベクトル解析の補遺」の中の積分量の時間変化 (Faraday の電磁誘導の法則) に追記したものである。

- ・ここでは、いわゆる Faraday の法則が成り立つためには、導体の存在が不可欠であることを強調して説明している。
- ・また、変動磁場中におかれたコイルや磁場中を移動するコイルに抵抗がない（または抵抗が非常に小さい）場合はどうなるかという素朴な疑問について議論している。
- ・また、トランスの初等的説明や相互インダクタンスの相反定理なども取り上げている。
- ・最後の方で、Maxwell 方程式から Faraday の法則を（多分、簡潔かつ明解であると思われるような形で）導出している。
- ・そして、最後に (III) で説明するキルヒホッフの法則のための「基本式」を与えている。

この(II)では、5つほど、Appendix を付け加えており、話も若干、発散気味であるが、何がしか役に立つものが含まれていれば、幸いである。

(III) キルヒホッフの法則 (Kirchhoff's laws, KCL & KVL)

- ・マクスウェル方程式とキルヒホッフの法則の関係、回路の解とその一意性など

キルヒホッフの法則は、電気・電子工学の分野ではなくてはならない重要な法則であるが、物理の分野では、これを全く「無視」している（一切の記述がない）有名な電磁気学の教科書がいくつかある。一方、当然のことながら、キルヒホッフの法則はマクスウェル方程式の近似として導かれるはずのものであり、その導出を述べた文献等もあるが、個人的には、若干、取り扱いが「不十分」であるような気がしている。そこで、この lecture note では、

もう少しきちんと取り扱ってみることにしたい。そこではファラデーの法則（電磁誘導の法則）がキーになるであろう。一方では、マクスウェル方程式とキルヒホッフの法則の間にある「ギャップ」から、「マクスウェルの悪魔」と言ってもよいものが登場してくると、若干、大袈裟に言えるかもしれない。

実は、個人的に、閑中忙あり（忙中閑ありの逆）で、原稿の執筆が思い描いていたスケジュールから大幅に遅れてしまった（もっともスケジュールを誰かに強要されている「身分」ではないが…）しかし、このスケジュール遅れが幸いしてか、筆者の回路に関する無知を思い知らされたのである。当初は、キルヒホッフの二法則だけで、回路問題は解けるということをおイラー標数を使って示そうと若干、気負っていたが、この回路へのコメント（III）をほぼ書き上げた後に、ほとんど同じことが、回路のグラフ理論の分野では、既に「常識」であったことがわかったのである（本稿の前段にある（x）の項を参照）。

本稿では、（多分、回路のグラフ理論での取扱とは異なり）、枝電流（branch 電流）はすべて独立変数であるとして取り扱っている。その意味で、取り扱いは、直接的で、かつ初等的であると言える。このため、かなりの範囲の回路を統一的かつ初等的に取り扱うことができると思われる。

なお、次の「(IV)オイラー標数」については、回路に必要なものは、既に、ほとんど「常識」になっているようなので、わざわざ、記載する必要はないかもしれないが、オイラー標数自体、興味ある項目かもしれないのと、回路における「常識」の式の導き方がグラフ理論とは異なり、オイラー標数に基づいているので、おもしろいかも……。

以上のような事情により、本稿の記述に「常識」を知らなかった「残滓」が残っているかもしれないが、この点をご容赦を願いたい。

閑中忙ありの筆者ではあるが、今後の執筆の予定（変更）は、次のようなものである。

（余談）を一つ追加、一方、(V)と(VI)は、short または very short comment に変更する予定である。さらに、その他の項目は、削除する可能性が高いであろう。

(IV) オイラー標数 (Euler characteristic)

（余談） 「余談：アンペール・マクスウェル方程式」

(V) ポインティング・ベクトル (Poynting vector)

(VI) 相反定理、Tellegen の定理

~~(VII) 3 相交流の超初歩~~

~~-(VIII) パワ―・フロー~~

等々……(?)