

誰も教えてくれなかった?!

「LHC/PLANCK後の超弦塾  
一般公開編

—超弦理論は本当に素粒子の理論なのか?—

KEK理論センター  
溝口 俊弥

「誰も教えてくれなかった?!LHC/PLANCK後の超弦塾」というのは、理論センタープロジェクト「弦からヒッグズ／フレーバー」のイベントシリーズ 別に塾があるわけじゃありません

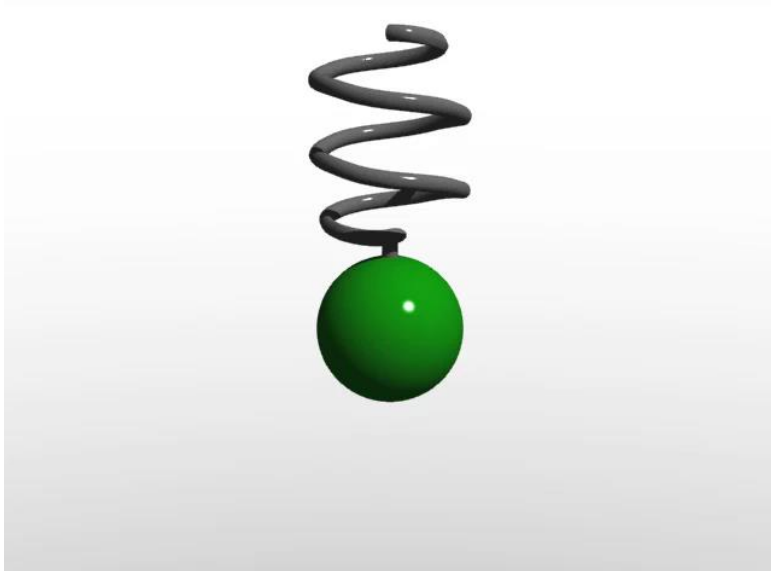
今回は一般公開での特別企画として一般の視聴者の方向けにお送りします

「LHC」とは：ヨーロッパにある大型加速器実験施設 KEKからも参加されている 2012年にヒッグズ粒子を発見した

「PLANCK」とは：宇宙背景放射(CMB)を観測するために打ち上げられた観測衛星 インフレーションを支持する観測結果

なぜ弦の理論が素粒子の理論  
になるのか？

# 調和振動子



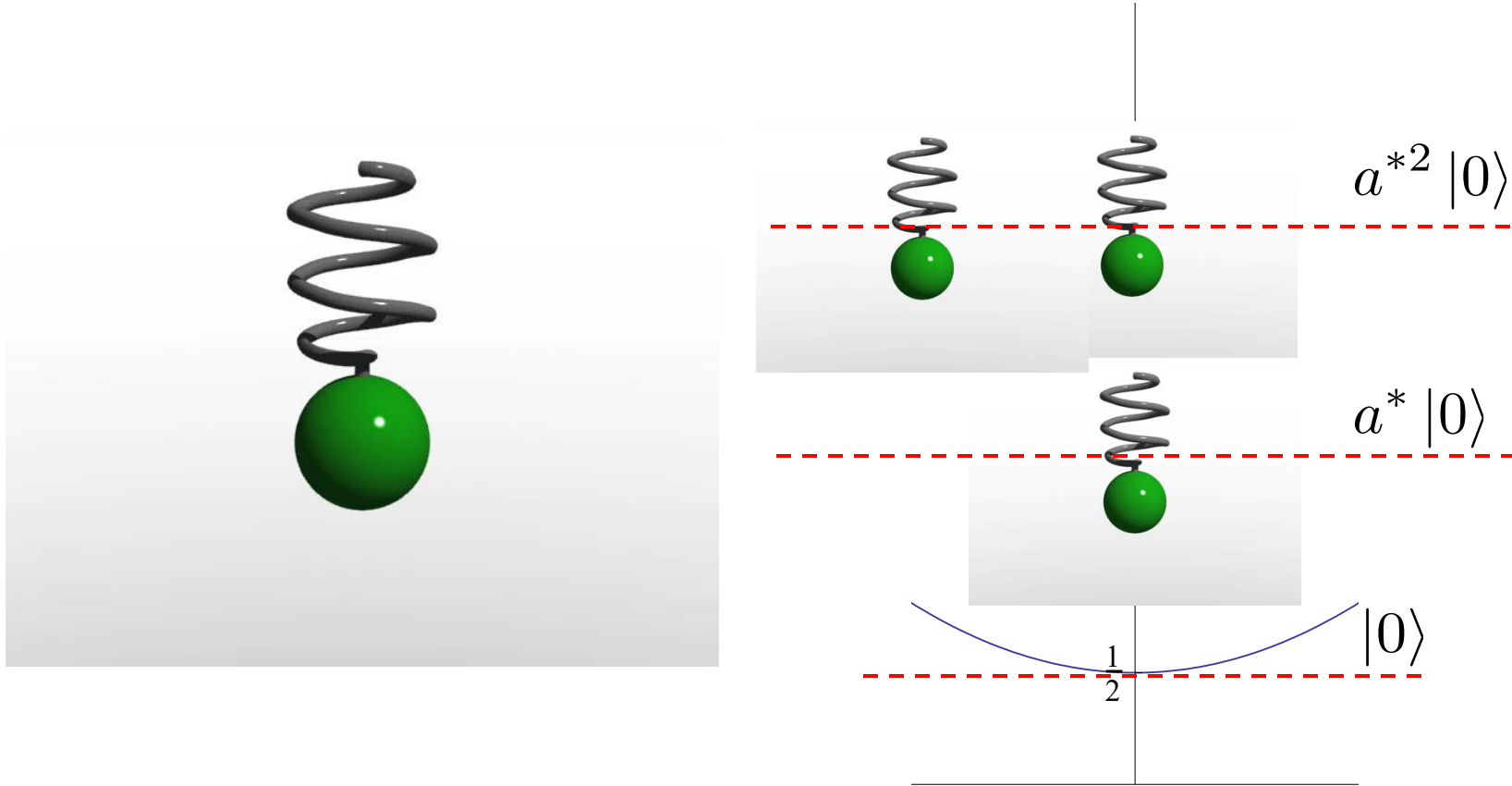
$$m\ddot{x} = -kx$$

$$\begin{aligned}x &\propto a e^{-i\omega t} + a^* e^{i\omega t} \\ &= \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} (a e^{-i\omega t} + a^* e^{i\omega t})\end{aligned}$$

$$[x, p] = i\hbar \Rightarrow [a, a^*] = 1$$

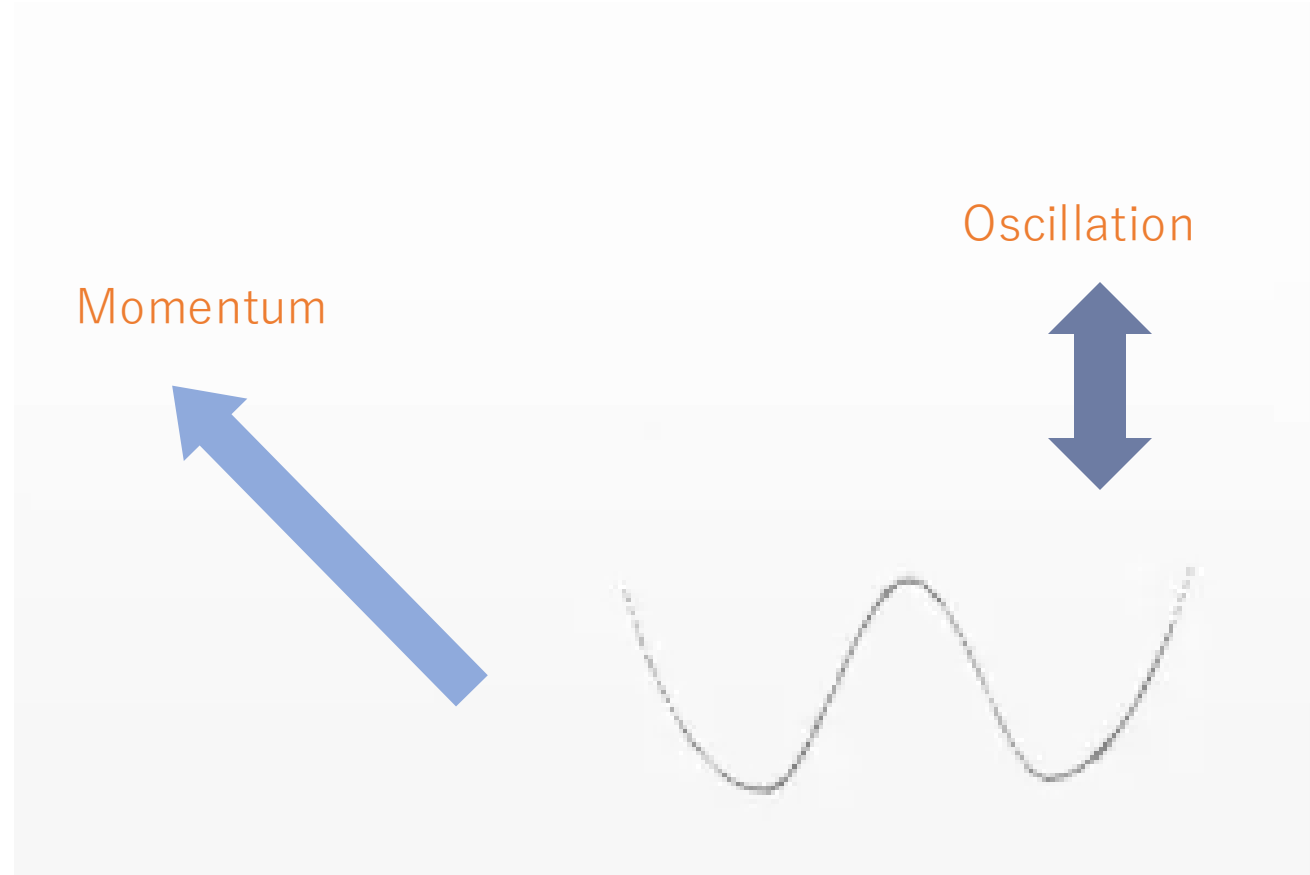
$$\begin{aligned}H &= \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} x^2 \\ &= \hbar\omega \left( a^* a + \frac{1}{2} \right)\end{aligned}$$

# 調和振動子のエネルギーレベル

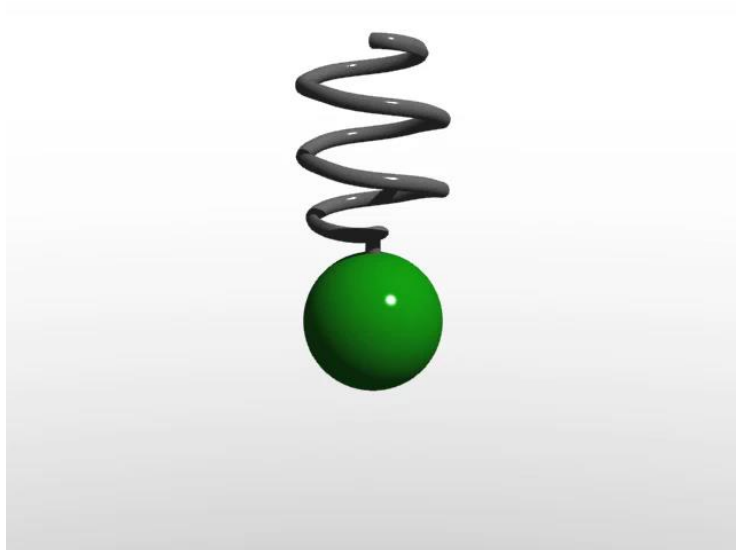


調和振動子のエネルギーレベルは (生成演算子  $a^*$  の数) $+1/2$

# 運動する弦の自由度



# 弦は無数個の調和振動子の集まり



調和振動子

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

$\mu$ が走る次元ごとに  
調和振動子の無数個  
のセットが現れる

弦 振動モードごと  
に異なるバネ定数の  
調和振動子を表す

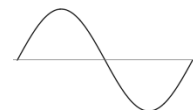
$$\ddot{X}^\mu + X^{\mu''} = 0$$

0 回振動



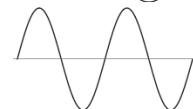
$$\ddot{X}^\mu = 0$$

1 回振動



$$\ddot{X}^\mu + \omega^2 X^\mu = 0$$

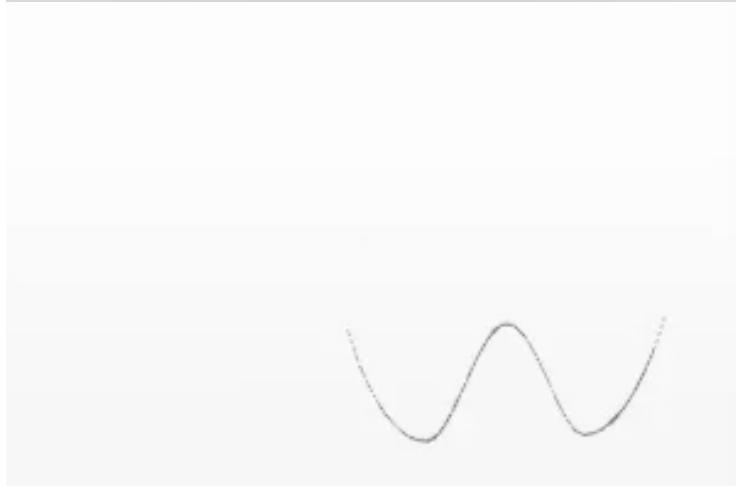
2 回振動



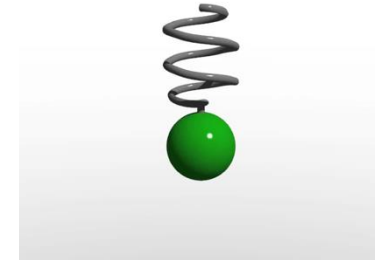
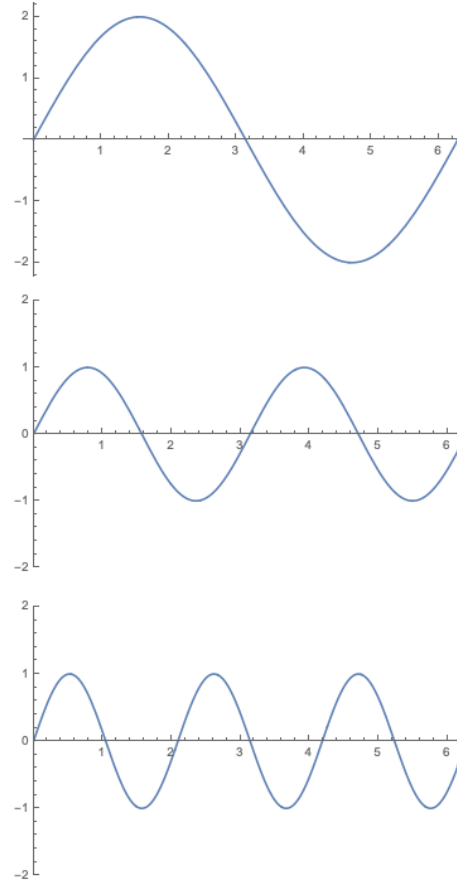
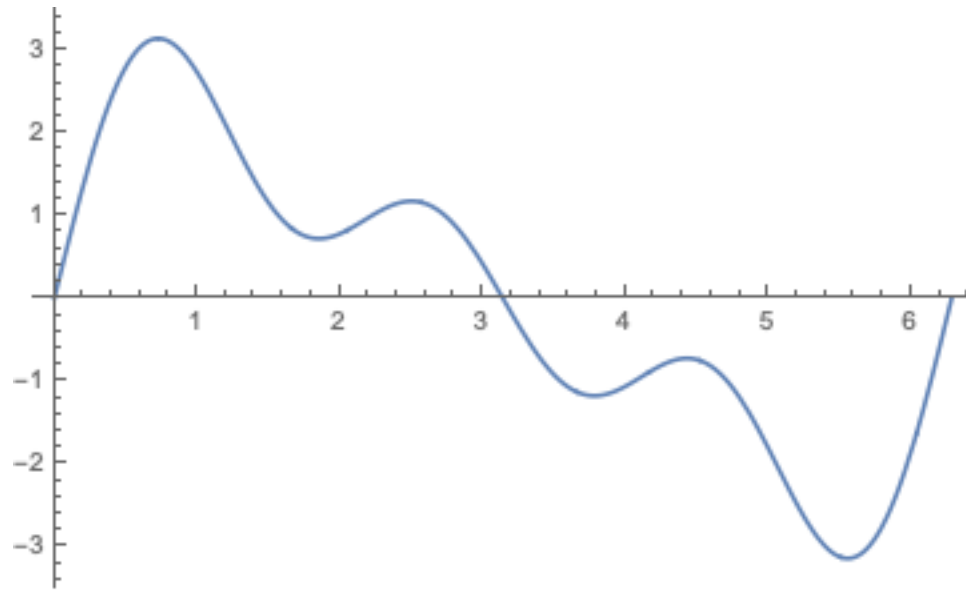
$$\ddot{X}^\mu + (2\omega)^2 X^\mu = 0$$

⋮

⋮



# 振動モード1つ1つが素粒子に対応する



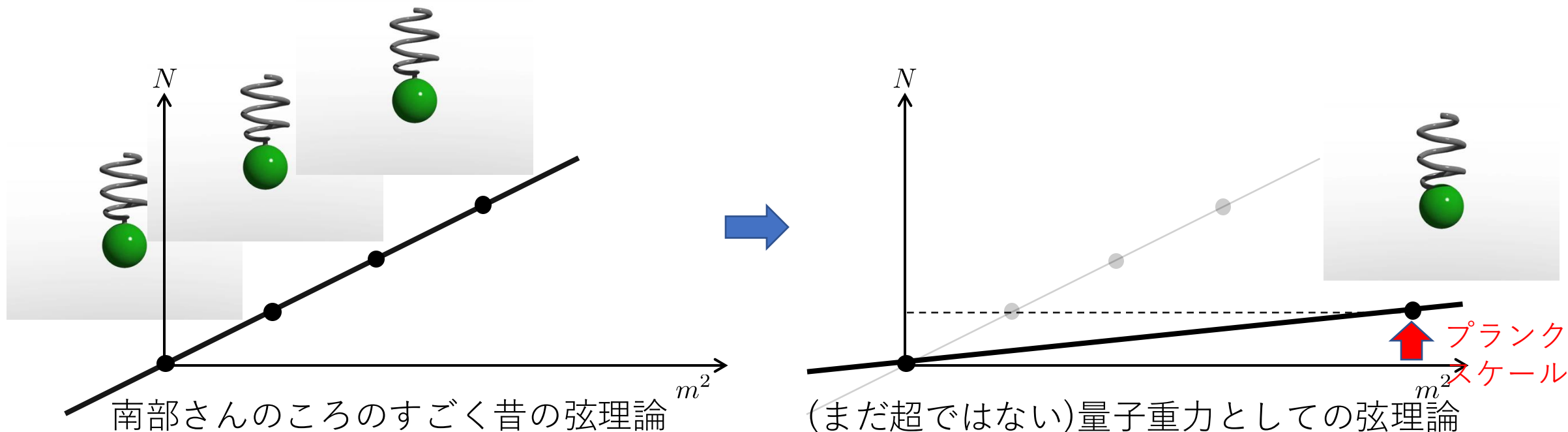
バネの強さ 2 倍  
= 2 倍の振動数  
= 2 倍のエネルギー



バネの強さ 3 倍  
= 3 倍の振動数  
= 3 倍のエネルギー



# 重力を含む統一理論としての弦理論




- 弦にすると、調和振動子のエネルギーレベルごとに異なる質量<sup>2</sup>をもつ「素粒子」が対応する
- 弦の張力が大きいほど1回でも振動したレベルに対応する素粒子の質量<sup>2</sup>は大きくなる ⇒ (張力)<sup>-1/2</sup> を (1 GeV)<sup>-1</sup> から (10<sup>19</sup> GeV)<sup>-1</sup> にとって量子重力の理論へ

注 調和振動子ではレベルの差がエネルギー1乗の差でしたが、弦にすると対応する素粒子の質量の2乗の差になります

プランクスケールに比べれば、標準模型の素粒子の質量は0みたいなもの⇒ゼロモード(1回も振動しないモード)だけで理論を作り、後から超対称性の破れなどの効果で小さな質量を説明しようとする

弦理論には、それがそもそも「弦」であるということによる性質と、弦が「超弦」になってはじめてもつ性質の **2つの側面**がある



ただの  
弦

超弦！

超弦理論は本当に素粒子の理論なのか？

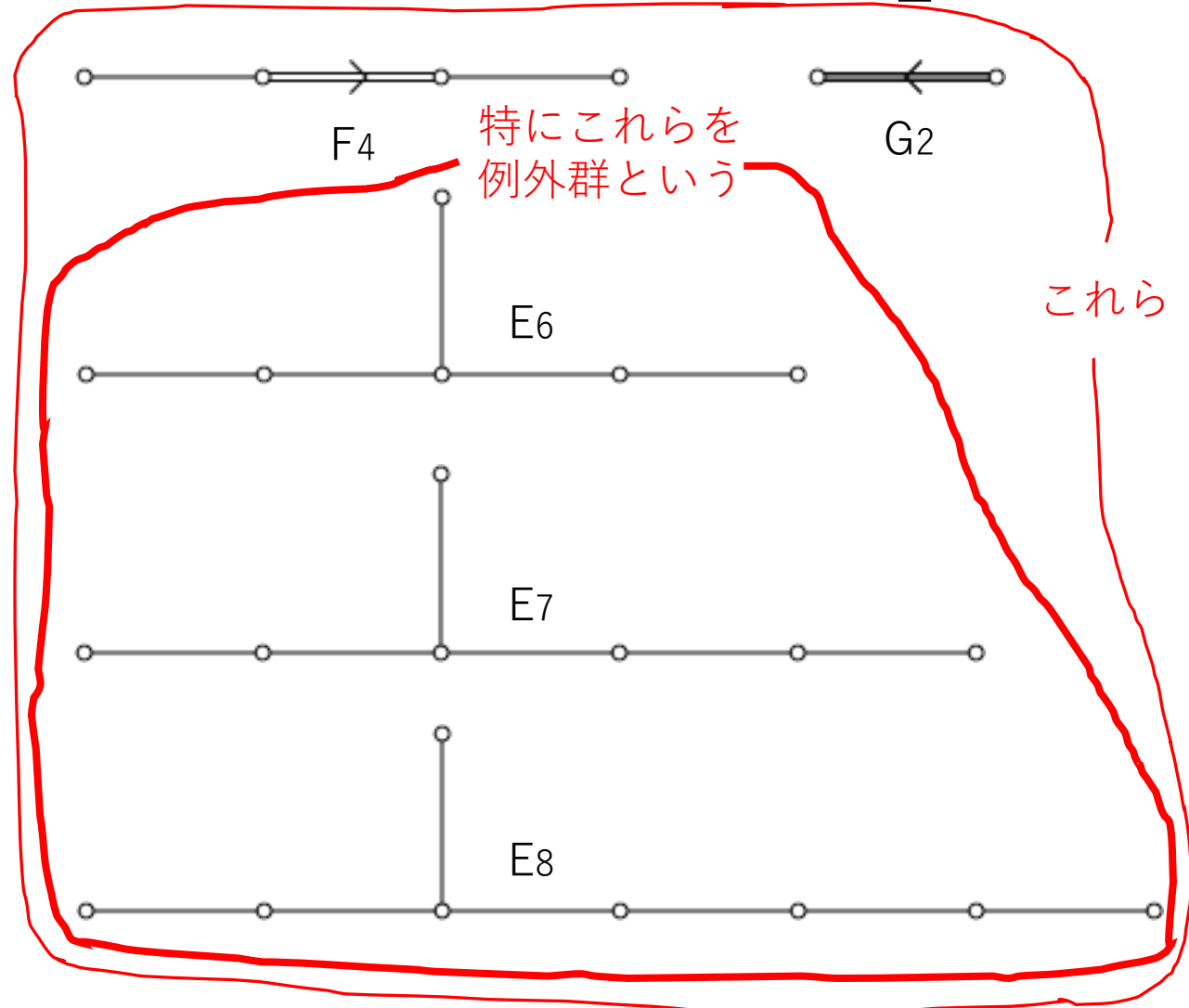
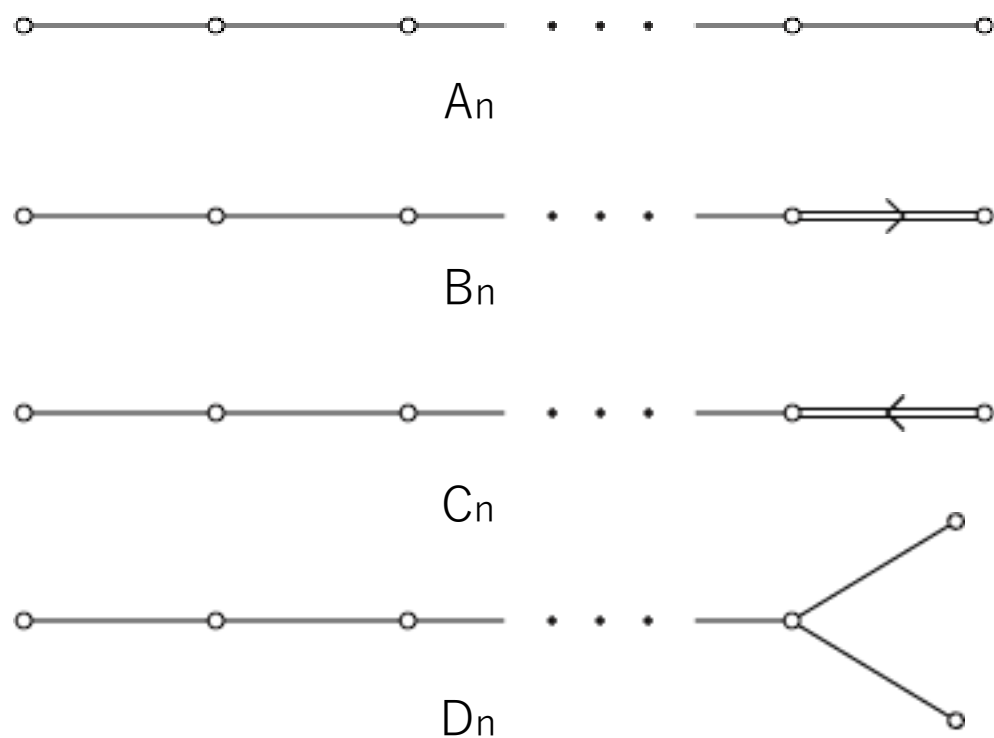
# 超弦理論は本当に素粒子の理論なのか？

- 超弦理論のことを「万物の理論」(theory of everything) などという人もいる　しかし本当にそうなのか？
- 確かに弦理論は重力を量子論的に扱える　しかし前期量子論の時のように、重力を量子化しなければ説明のつかない明らかな実験観測事実があるわけではない
- 低エネルギー有効理論が正確に標準模型になるような、他の3つの力を統一的に記述する理論を超弦から導くことはできていない

超弦理論は本当に素粒子の理論なのか？

それでもその答えは **YES!** その理由は...

# 単純リー群の分類：「ディンキン図形」




これらは「ルート系」を分類している

# 例外群とそれに関する有限性

- 例外群は有限個しかない (“simply-laced” とよばれる基本的なものは  $E_6$ ,  $E_7$ ,  $E_8$  の 3 個)
- この世に有限個しか存在しないもので、それが例外群に関係しているものはたくさんある

例

- 正多面体： Wikipedia 正多面体  
by [Peter Steinberg](#)
- パンルベ方程式 1 変数 2 階の微分方程式で、初期条件によって動く特異点が極し  
かないもの： Painleve I, II, III, IV, V, VI

その他にも「ADE分類」に従う多くの例がある

# ルート系とは「格子」の形を表すもの

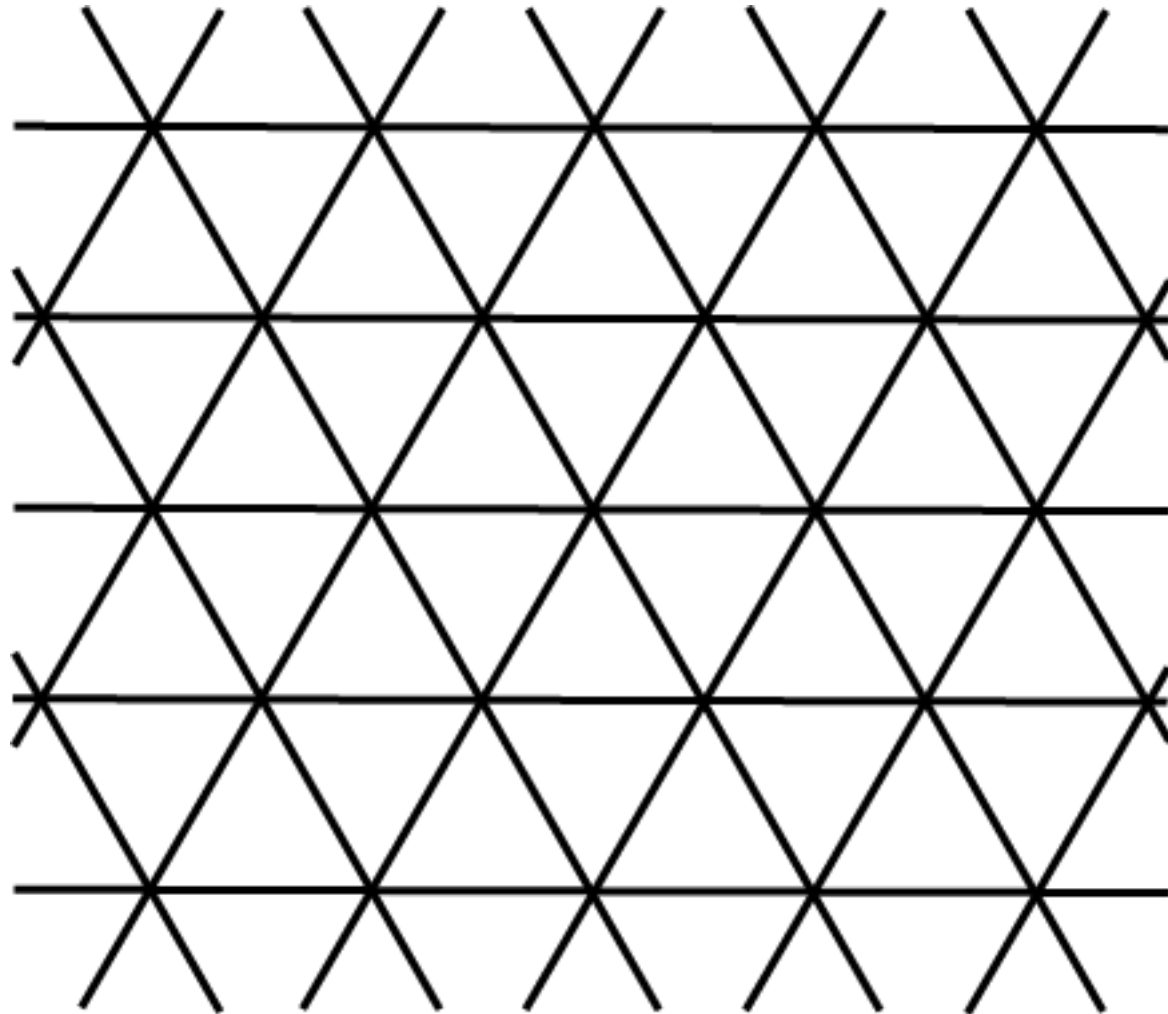


オフホワイト



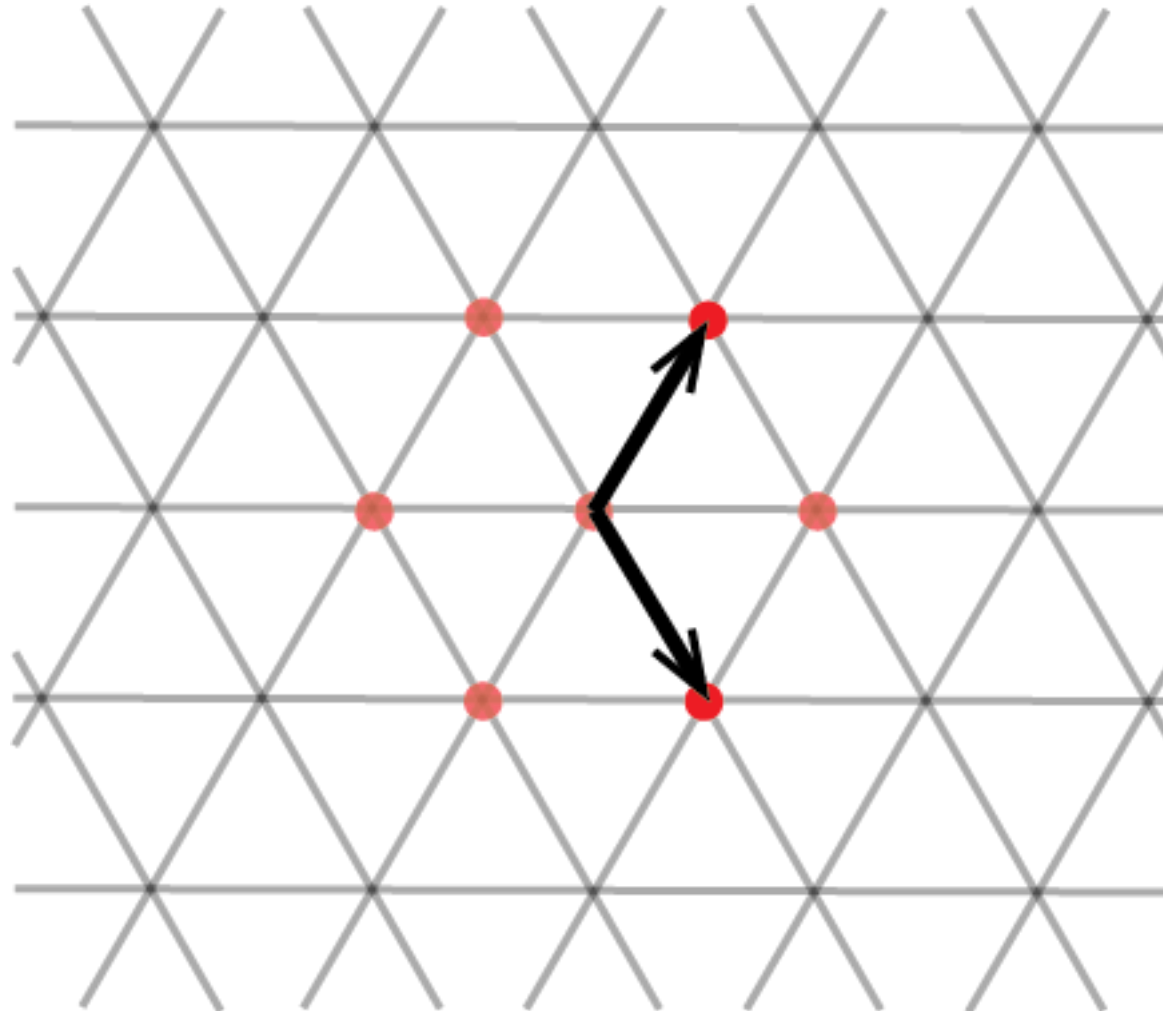
[https://www.takashimaya.co.jp/shopping/product.html?p\\_cd=0001760375&sub\\_cd=001](https://www.takashimaya.co.jp/shopping/product.html?p_cd=0001760375&sub_cd=001)  
<https://item.rakuten.co.jp/barce/ss42375/>

# ルート系の例(SU(3))





# ルート系の例(SU(3))



「目いっぱい開いた、独立な基底ベクトルのセット」

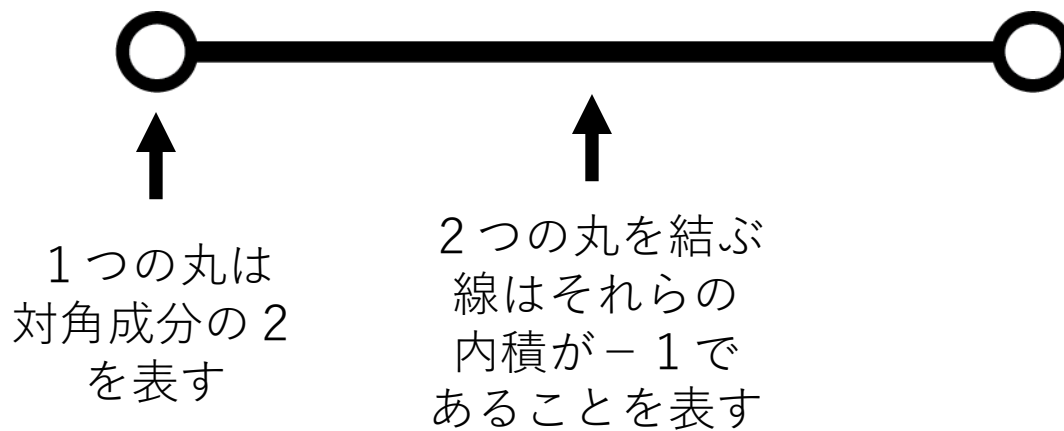
長さ<sup>2</sup> = 2  
なす角 = 120°



内積行列

$$= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

# ルート系の例(SU(3))



SU(3)=A<sub>2</sub> のディンキン図形

長さ<sup>2</sup> = 2  
なす角 = 120°



内積行列

$$= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

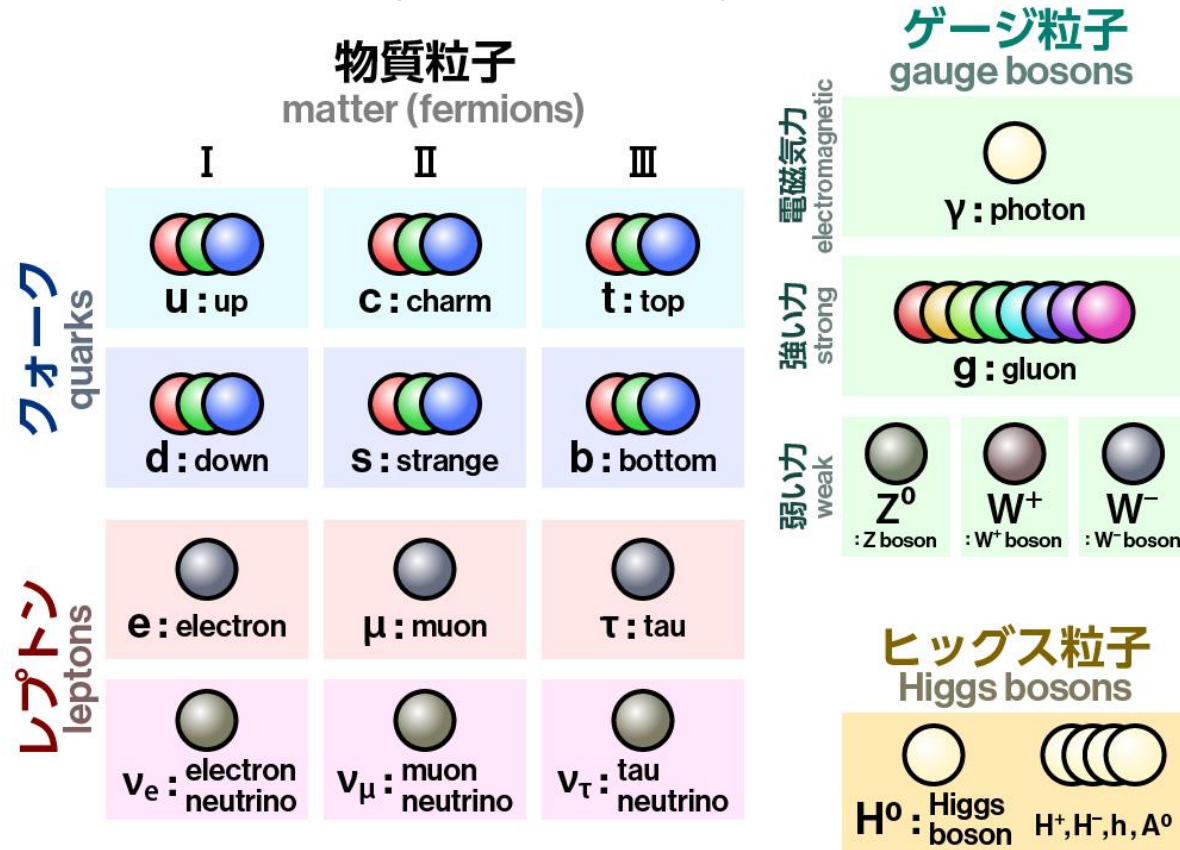
もう少しまじめな説明は例えば

[https://research.kek.jp/people/mizoguch/wp-content/uploads/2014/10/groups\\_and\\_strings.pdf](https://research.kek.jp/people/mizoguch/wp-content/uploads/2014/10/groups_and_strings.pdf)

をご覧ください。

# 超弦が間違いなく素粒子の理論であると信じられる理由：標準模型の例外群の構造

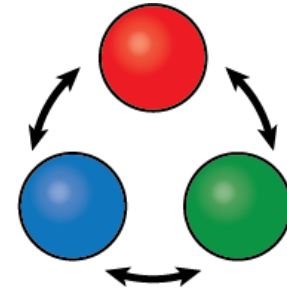
標準模型の粒子 <https://higgstan.com>



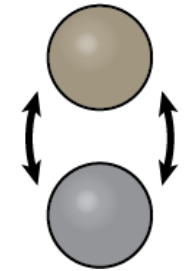
これらは一見バラバラだが、実は隠れた**例外群**の構造をもっている！

# ゲージ対称性とは

- 「ゲージ群」で物質場（クォーク、電子など）や「ゲージ粒子」自身をぐるぐる「回転」させて入れ替えても理論の性質が変わらないこと
- 標準模型の「ゲージ群」である  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  でみると1世代はばらばらな素粒子の寄せ集めだが  $SO(10)$  大統一理論ではちょうど1つの「既約表現」16 になっている！
- $SO(10)$  の 16 は  $SO(10)$  を例外群  $E_6$  に拡張すると出る！
- さらに3世代は例外群  $E_7$  にちょうど埋め込むことができる！



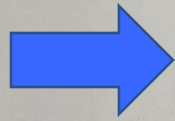
クォークはカラーが3つで回る  
「SU(3)対称性」



電子とニュートリノは2つで回る  
「SU(2)対称性」  
クォークもアップとダウンなどの2つずつの組で回る

# 大統一理論とは

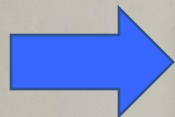
大統一理論



























標準模型の  
クォーク・  
レプトン

# 大統一理論とは

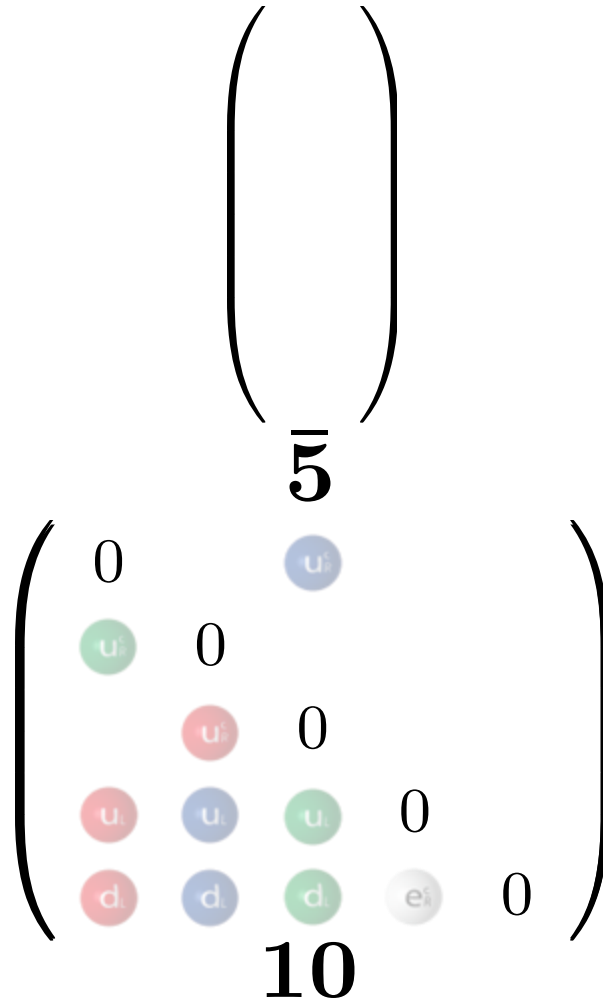
大統一理論



標準模型の  
クォーク・  
レプトン  
がぴったり  
はまる！

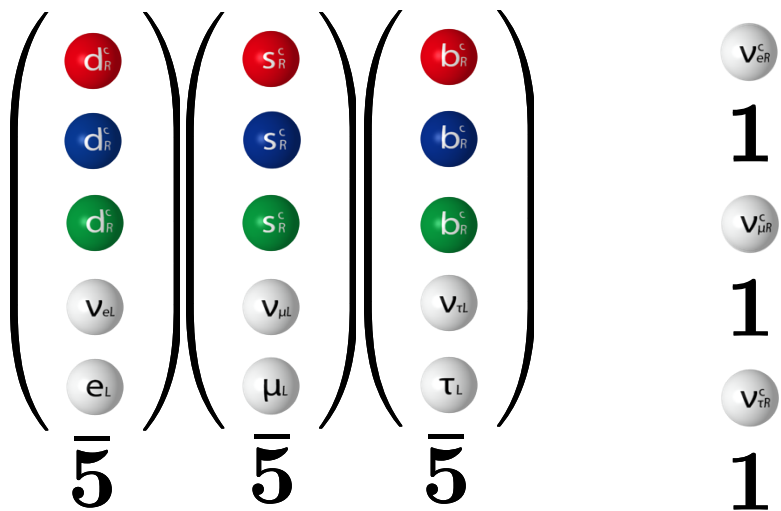
	1 <sup>st</sup> generation	2 <sup>nd</sup> generation	3 <sup>rd</sup> generation	Gauge quantum number		
				SU(3)	SU(2)	U(1) <sub>Y</sub>
Quark				3	2	1/6
						
				3	1	2/3
				3	1	-1/3
Lepton				1	2	-1/2
						
				1	1	-1
				1	1	0

	1 <sup>st</sup> generation	2 <sup>nd</sup> generation	3 <sup>rd</sup> generation	Gauge quantum number		
				SU(3)	SU(2)	U(1) <sub>Y</sub>
Quark	$u_L, u_L, u_L$	$c_L, c_L, c_L$	$t_L, t_L, t_L$	3	2	1/6
	$d_L, d_L, d_L$	$s_L, s_L, s_L$	$b_L, b_L, b_L$			
	$u_R^c, u_R^c, u_R^c$	$c_R^c, c_R^c, c_R^c$	$t_R^c, t_R^c, t_R^c$	3	1	2/3
	$d_R^c, d_R^c, d_R^c$	$s_R^c, s_R^c, s_R^c$	$b_R^c, b_R^c, b_R^c$			
Lepton	$\nu_{eL}$	$\nu_{\mu L}$	$\nu_{\tau L}$	1	2	-1/2
	$e_L$	$\mu_L$	$\tau_L$			
	$\nu_{eR}^c$	$\nu_{\mu R}^c$	$\nu_{\tau R}^c$	1	1	-1
	$e_R^c$	$\mu_R^c$	$\tau_R^c$			

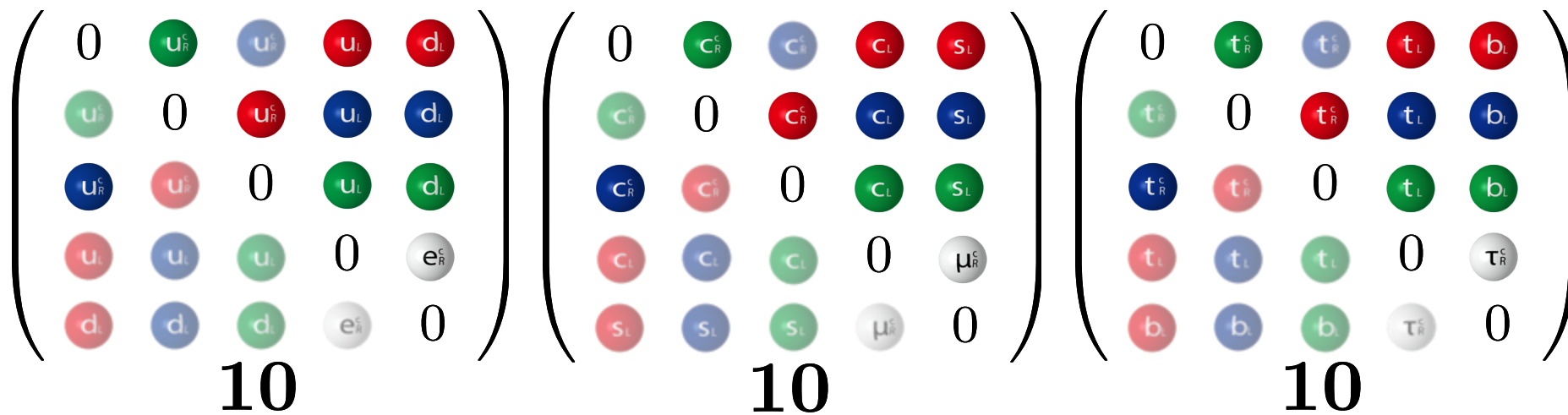


一世代に含まれるクォークとレプトンは  
SU(5) の **5,10,1** にちょうどまとまる





E7

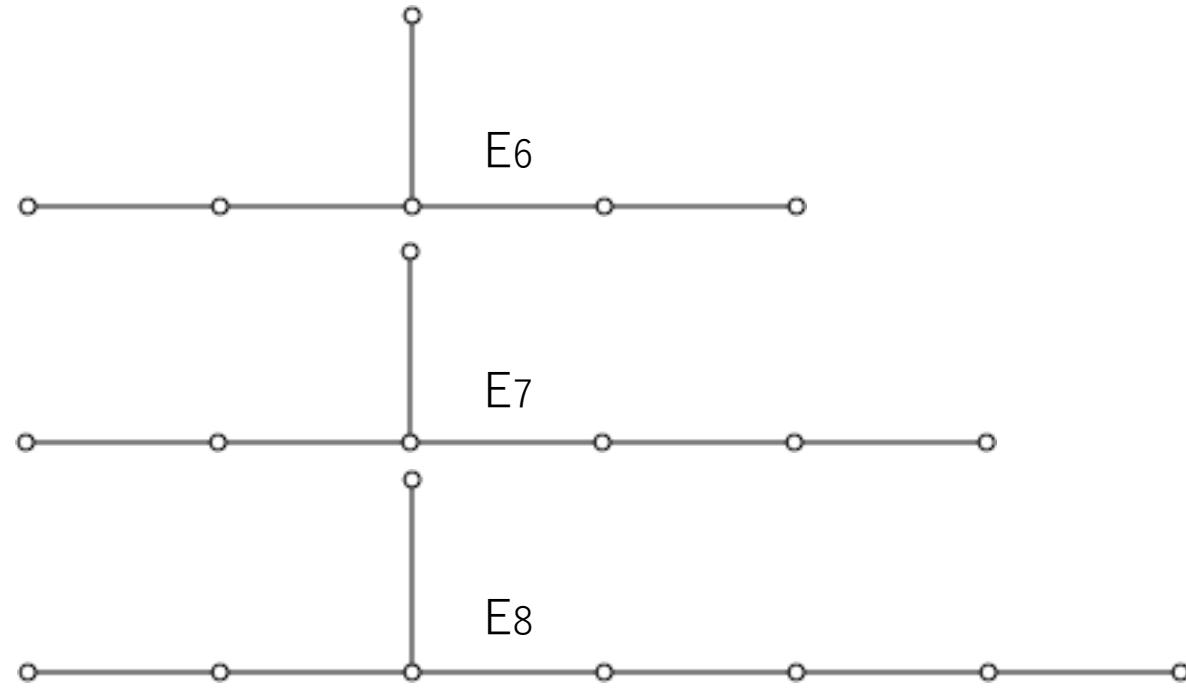


さらに3世代は E7 にちょうどはまる！

# 弦理論も超対称化すると例外群の構造をもつようになる！

超弦は例外群といろいろな仕方で関係する

1. ヘテロティック弦およびF理論の  $E_8 \times E_8$  ゲージ対称性
2. タイプII弦（AもBも）を10次元からD次元にリダクションした理論の  $E_{11-D}$  グローバル対称性（U-duality）
3. 超対称性を半分だけ保つ多様体である「K3曲面」の2次のコホモロジー格子  $E_8 \oplus E_8 \oplus (2\text{次元ローレンツ格子}) \times 3$



超弦は誤解されている

超弦は難しい（あえて逆説的に）

超弦は「高い山の上の絶品レストラン」のようなもの

超弦理論は美しい（「弦理論は」  
ではなく「超」弦理論）

（超）弦理論は山脈のようなもの、  
どこに登るか、連れて行かれると  
ころによって、景色も違うしレス  
トランもあったりなかったりする

超弦の美しさは、自分で理論の構成、  
内容を理解して初めてわかるもの

絶品料理は自分で山に登って自分で  
食べて味わってみなければわからな  
いのと同じ

写真で見せられても、いくら口コミ  
を聞いても、本当はわからない

ぜひ、ご自分で超弦の山に  
登って、絶景と絶品料理を  
味わってみてください