F理論における特異点のincomplete resolutionとhalf-hypermultiplet

KEK／総研大　溝口俊弥

総研大　箇直人氏、久留米高専　谷太郎氏
との共同研究

arXiv:2003.05563 [hep-th]

日本物理学会第75回（2020年）年次大会講演資料公開サイト

6 次元 F-theory

- 6次元F-theory
  Matter は codim 2 singularity に生ずる

- 通常 codim 1 singularity H が codim 2 で G にエンハンスしたとすると G/(HxU(1)) hypermultiplet が現れる

- ところが　H = SU(6),　　G = E6
  　　　　　H = SO(12),　G = E7
  　　　　　H = E7,　　　G = E8
  の場合には、hypermultipletでなくhalf-hypermultiplet になる

Half-hypermultiplet と pseudo-real 表現

- Pseudo-real 表現：複素共役表現が元の表現と同型（相似）だが表現行列を実にとれない
- ６次元では 最小の既約な spinor は ２つのsymplectic-Majorana-Weyl のペア（＝１つの complex Weyl）
- 2n 表現が pseudo-real の場合、2n 個の Weyl spinor にsymplectic-Majorana条件を整合的に課せて、 n 個の symplectic-Majorana-Weyl のペアにできる
  → 自由度を半分の n 個のWeylと同じ自由度に減らせる

“half-hypermultiplet”

F-theory に現れる half-hypermultiplet

$$G \supset H \times SU(2)$$

$$\mathbf{dim}\boldsymbol{G} = (\mathbf{dim}\boldsymbol{H}, \mathbf{1}) \oplus (\mathbf{2n}, \mathbf{2}) \oplus (\mathbf{1}, \mathbf{3}),$$

$$n = 10,\ 16,\ 28 \text{ for } (G, H) = (E_6, SU(6)),\ (E_7, SO(12)),\ (E_8, E_7)$$

- SU(6)→E6　　SU(6) の 20
- SO(12)→E7　SO(12) の 32
- E7→E8　　　E7 の 56

の　half-hyper がでる

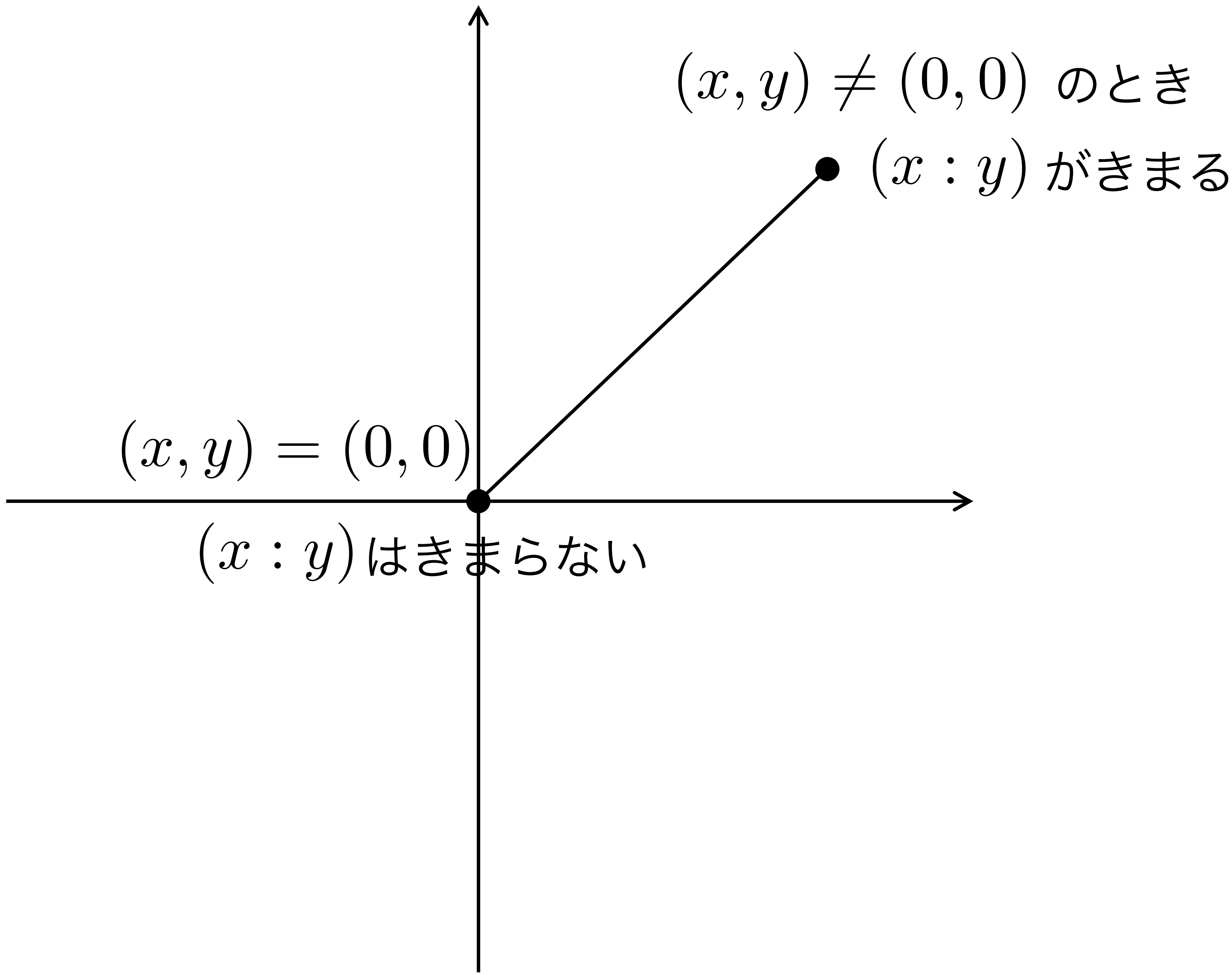
F-theory の matter の出どころ

- 7-ブレインが codim 1 で重なると、トーラスファイバーがつぶれて特異点を生じる
  → 双対なM理論で、それを「ブローアップ」してできた「小さな」2-サイクル（「例外集合」）に巻きついた M2 から非可換ゲージ場がでる

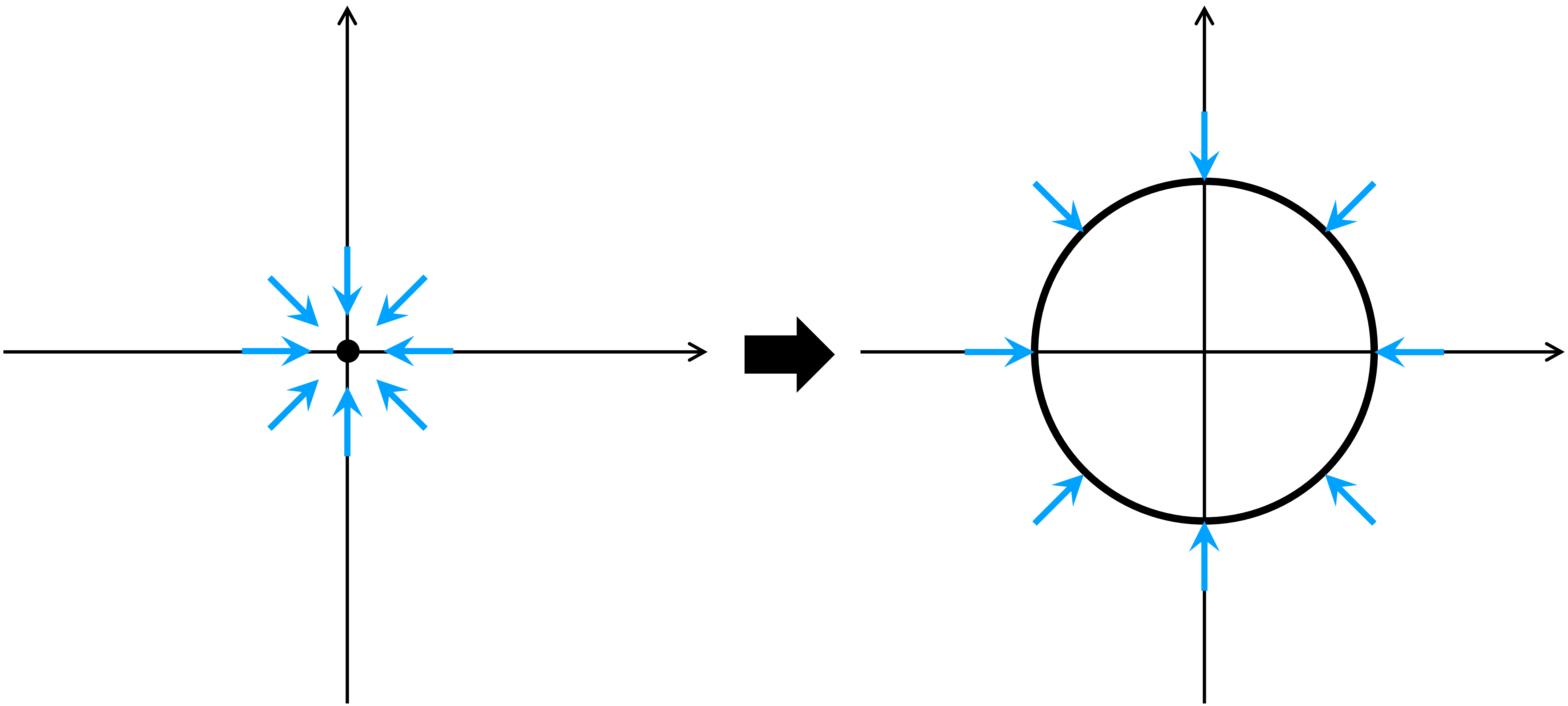
- そこに別の7-ブレインが codim 2 で交差すると、そこだけ特異性が上がる
  → さらなるブローアップによって生じる　2-サイクルに巻きついた M2 からmatter がでる

Half-hyper がでるときの特異点の解消は普通と違うのか？

ブローアップとは



ブローアップとは

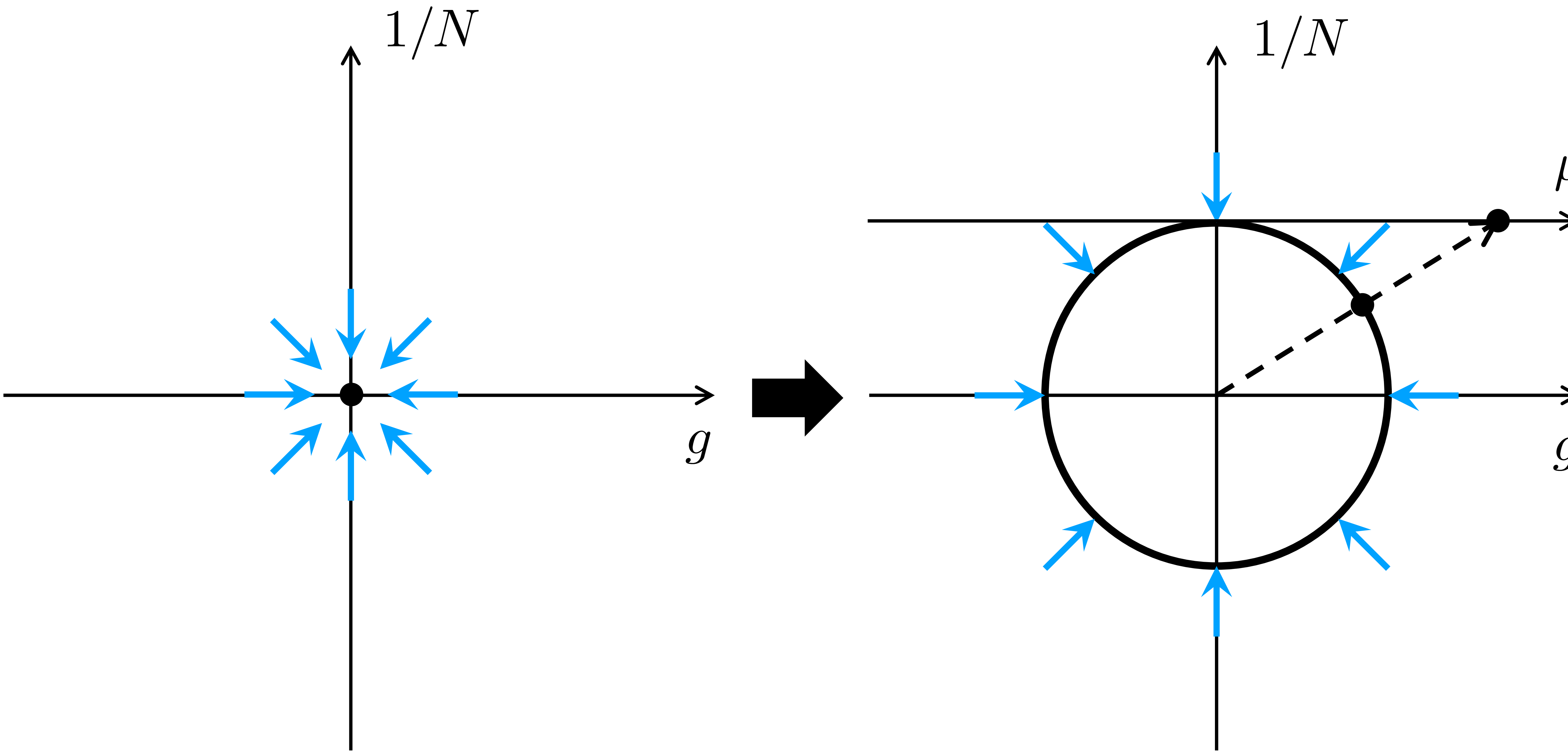


同じ原点でも、近づき方

$$\lim_{(x,y\to(0,0))}(x:y)$$ によって

別の点を対応させてやる

例 t'Hooft coupling: moduli空間でのブローアップ



$$g \to 0, \;\; N \to 0$$

理論は一意にきまらない

$$g : 1/N = \frac{g}{1/N} = gN \equiv \mu$$

1点を直線に「膨発」させる

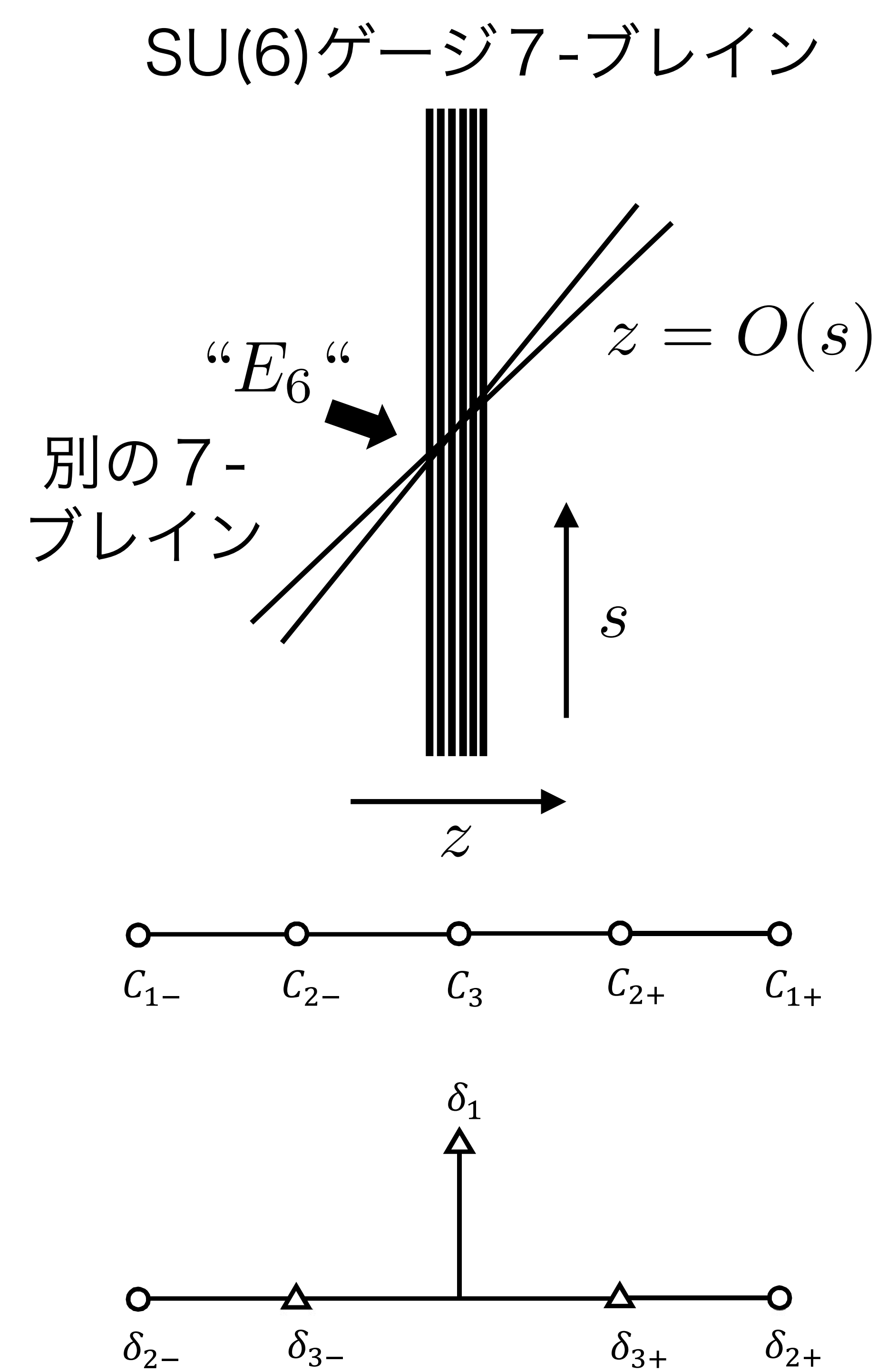
“Incomplete resolution”

Morrison-Taylor 11

H = SU(6) → G = E_6 の場合

ブレインがO(s)で近くとき、特異性が H から G へ codim 2 で上がっていても、codim 1 の H の特異点を解消すると、それ以上の特別なブローアップなしにGの特異性も解消されてしまう

→ 例外曲線の数がHのときと変わらない　non-Dynkin 交差図形　自己交点数が −3/2 の例外曲線が生じる

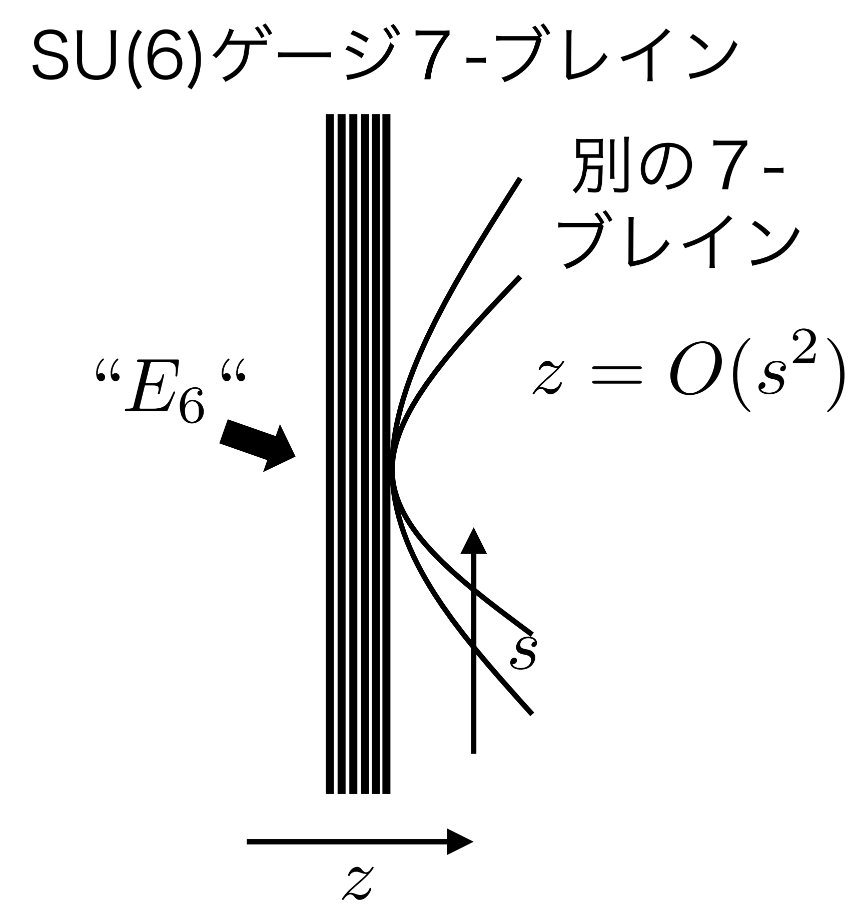


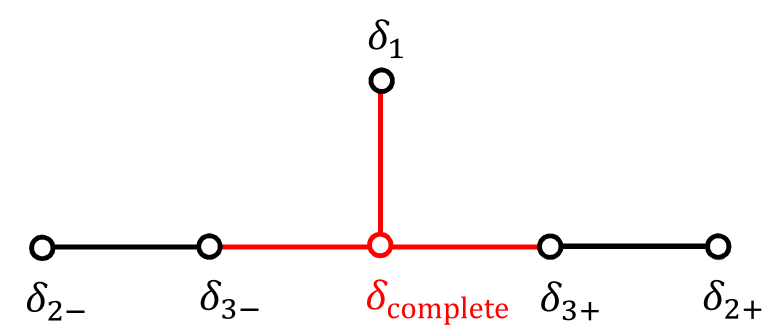
“Complete resolution”

Morrison-Taylor 11

H = SU(6) → G = E_6 の場合

ブレインがO(s^2)で近くときにはcodim 1 の H の特異点を解消しても交差にcodim 2 conifold特異点が残り、それを small resolution するとE$_6$ Dynkin 交差図形が実現する

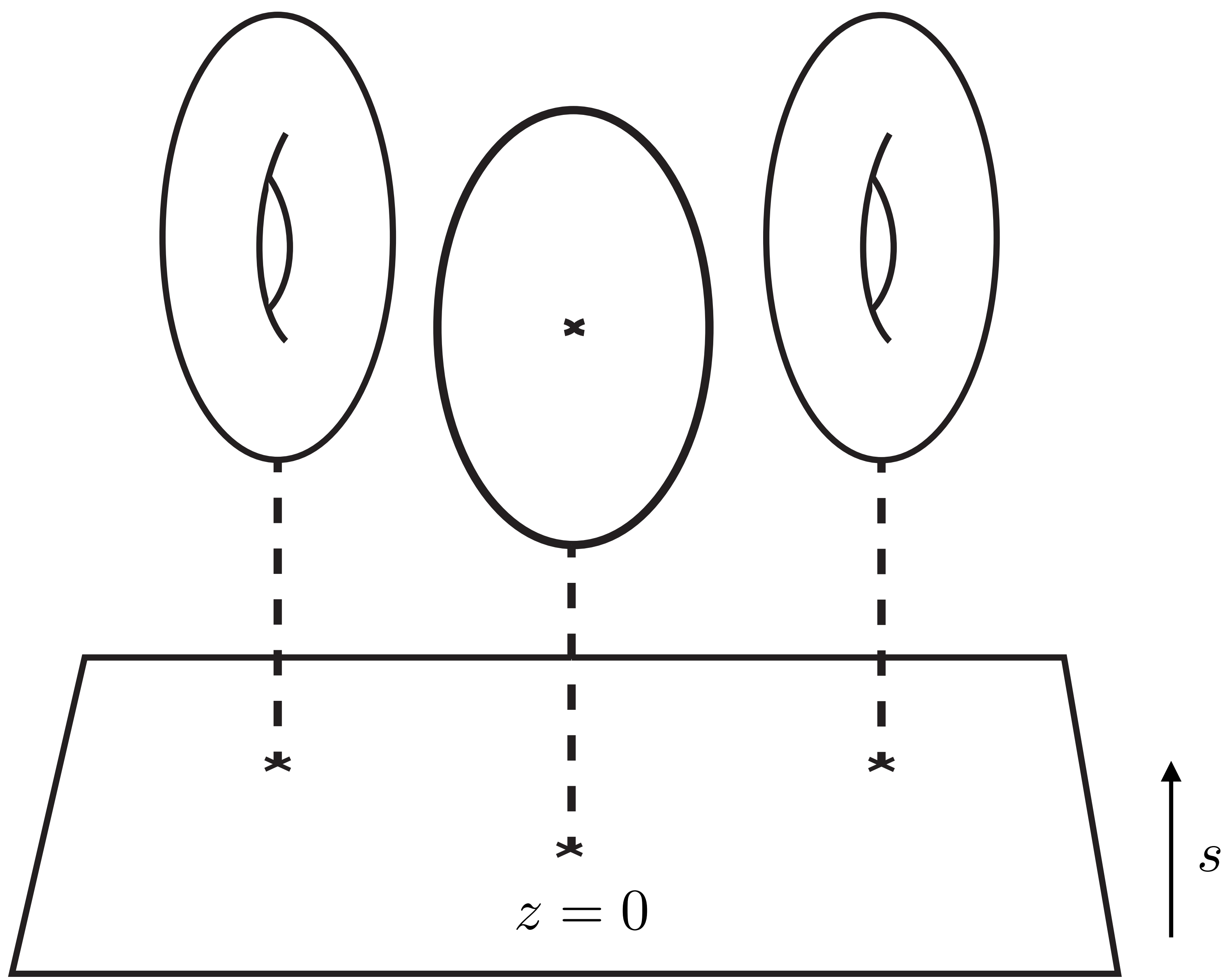




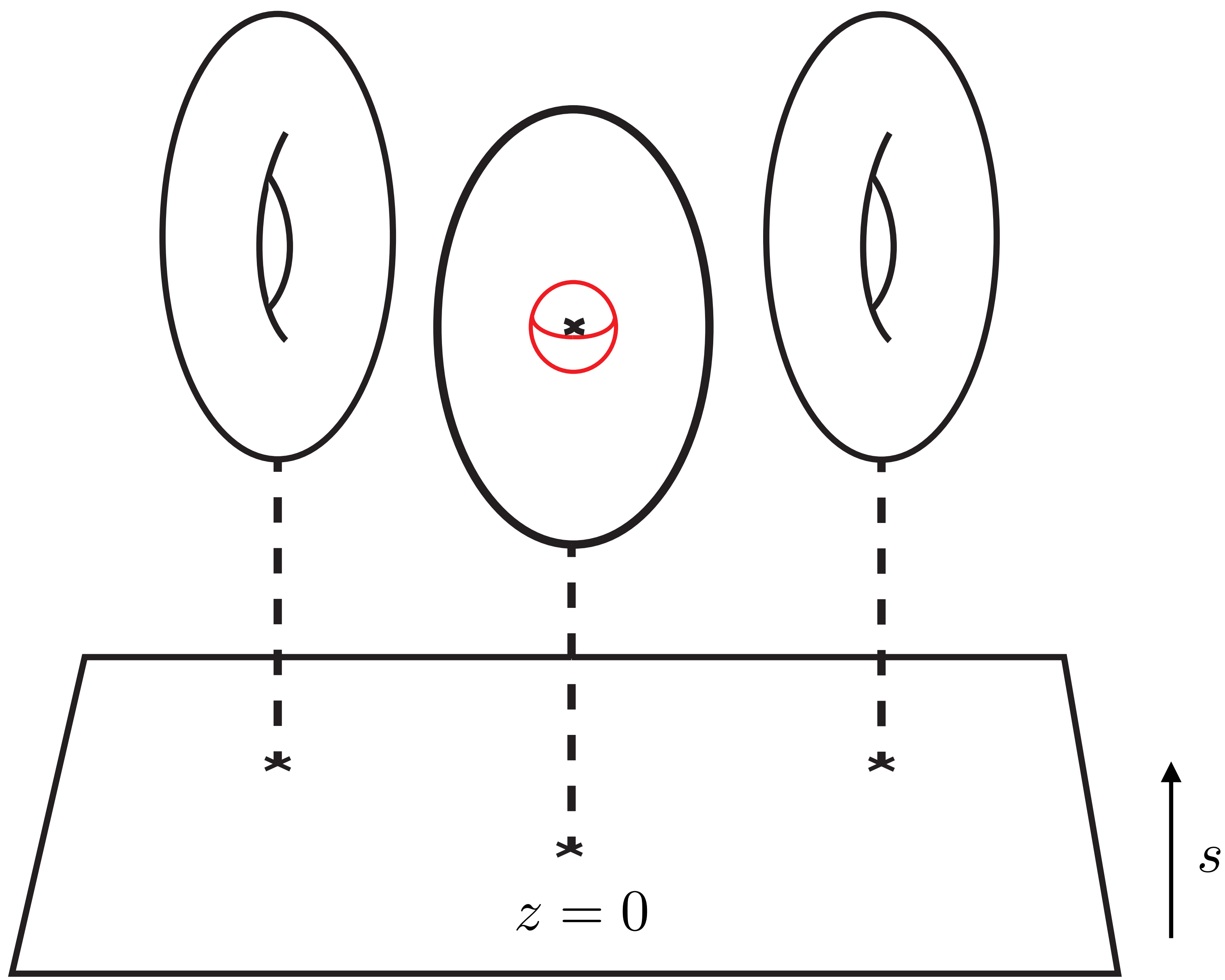
この論文で調べたこと

Half-hypermultiplet がでるその他のSO(12)→E7 および E7→E8 の２つの場合について特異点の解消を行い、half-でなくフルの hyper になるときとの違いを調べた

ブローアップのやり方
（余次元１）



ブローアップのやり方
(余次元１)



z=0 の s軸にそって P2 を挿入して超曲面との交差を求め、そこに特異点が出たら再び同じことを繰り返す

この論文でわかったこと

1. SO(12)→E7、E7→E8 どちらの場合もブレインが O(s) で近づくとき incomplete resolution、O(s^2) で近づくとき additional な conifold singularity が現れて complete resolution になる

2. Incomplete resolution になるとき、例外曲線には自己交点数が -2のものの他に -3/2 になるものが現れ、それらはそれぞれの場合の pseudo-real 表現（32 および 56）の正（または負）のウェイト格子の extremal ray をなす、すなわちコーンを張る

この論文でわかったこと

3. その場合、 自己交点数が -3/2 のものすべてを数えると正のコーンに含まれるもの、負のコーンに含まれるものがそれぞれ 16 と 28 個になることがわかり、 pseudo-real 表現（32 および 56）１つ分の正のウェイト、負のウェイトのセットをなす

4. これはフルの hyper がでる complete resolution の場合に２つ分出るときと異なり、なぜ ”half-“ になるかを説明する

この論文でわかったこと

5. ブローアップをしていくと複数 codim 1 の特異点が現れ、それらは s=0 で交わる場合がある。そのときそれらをブローアップする順番を変えると s=0 での例外ファイバーの交差図形も変わる

6. SO(12)→E7、E7→E8すべての順番を尽くすことにより、3次元M理論クーロンブランチを分類する box graph で予言された phase が「１こ飛び」ですべて出る

この論文でわかったこと

7. $O(s^2)$でブレインが近づく complete resolution のときは、最後に現れる codim 2 conifold 特異点は ”small resolution” する必要がある。$s=0$ における例外曲線の交差を調べるために、$s\neq0$ 固定のあるチャートでの例外曲線を後から行うブローアップで生じたチャートに「持ち上げ」てから $s\to0$ の極限をとる。その過程を詳しく説明した