

超弦の性質 その2:

弦が超対称性と出会って開く奇跡の世界

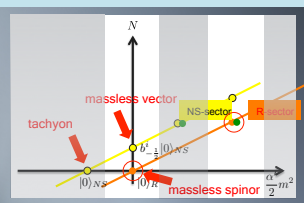
超弦が矛盾なく定義できるのは10次元時空だけ!

超弦理論を量子論として定義しようとする、10次元以外だとどんなふうにもやってみても、おかしなことがいろいろでてしまいます。

例えば、時空がD次元だとして(時間1次元、空間がD-1次元)光が進む方向を1つ選んで量子化する方法があります(ライトコーン量子化)。このとき例えばx方向をこの方向として選んでも、y方向をこの方向に選んでも、結果は同じになっていないといけませんが、D=10でないと不思議なことに結果が同じになりません。この他にも、説明するのが難しい理由がたくさんありますが、**ただ一つだけ、簡単(?)な計算でD=10が特別だとわかる**ことがあります。これが次に説明する「**GSOプロジェクション**」です。

弦は10次元でのみ超対称化可能!

弦に超対称性を入れるのにはいくつかのやり方がありますが、最もよく用いられるのは弦の座標 $X^\mu (\mu = 0, \dots, D-1)$ それぞれにその「相棒」 ψ^μ を入れてやるやり方です。すると ψ^μ の半整数



モード(NSセクター)がボゾン、整数モード(Rセクター)がフェルミオンになるのですが、一般のDの値では(パネル2で説明したような)

状態数がボゾンとフェルミオンで同じになりません。ところが**D=10のときに限り**、演算子が奇数個のNSセクター状態の数と、Rセクター状態の半分とが各質量レベルで**奇跡的にぴったり一致**します。これを式で表したのが下で、D=10のときのみ2つの式は等しくなります。これが**GSOプロジェクション**で、「ヤコビの深遠な恒等式」と呼ばれています。

$$\frac{1}{2} q^{-\frac{1}{2}} \left(\prod_{n=1}^{\infty} (1+q^{n-\frac{1}{2}})^{D-2} - \prod_{n=1}^{\infty} (1-q^{n-\frac{1}{2}})^{D-2} \right) \stackrel{D=10}{=} 8 + 64q + \dots$$

$$8 \prod_{n=1}^{\infty} (1+q^n)^{D-2} \stackrel{D=10}{=} 8 + 64q + \dots$$

NS(上)R(左)の分配関数: qの指数がレベルで係数がそのレベルの状態の数をあらわす

神が発見させまいとした?! グリーン・シュワルツ機構

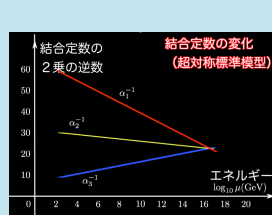
超弦の奇跡はまだあります。10次元でN=1(超対称変換が1種類)の超重力・超対称ゲージ理論は、すべてアノマリー(量子異常)があることがわかってしまったのです。

アノマリーというのは、もともとあった対称性が量子化によって壊れることをいい、ゲージ対称性にアノマリーがあると、それは理論の矛盾を意味します。しかしその直後、グリーンとシュワルツは、通常ゲージ変換しない場がある特別な形でゲージ変換すると仮定すれば、**ゲージ群がSO(32)またはE8xE8のときだけに限りアノマリーがちょうど消える**という驚くべき事実を証明しました。

この発見者の一人、グリーンがこれを計算しているときは雷鳴とどろく大嵐の中で、「神が計算を完遂させまいとしてるのでは」と思ったそうです。

超弦と素粒子の大統一理論

例外群**E8**の**重要な性質**は、それが**素粒子の大統一理論で用いられるゲージ群であるSU(5)やSO(10)を部分群として含み**、またその分解の中にSO(10)の**スピノール表現16**を含むことです。



(超対称)標準模型の3つの結合定数の大きさは、非常に高いエネルギーでほとんど同じになることが知られています。3つの相互作用がSU(5)に統一されているとすると半端

な分数電荷が見事に説明され、また素粒子の1世代は(右巻きニュートリノを含めて)ちょうど16種類です。

大統一理論のエネルギースケールは非常に高い(プランクスケールの数けた下)と考えられるので、初期宇宙の理論とも関連して活発に研究がなされています。