平成７年度　修士論文

核子および原子核構造関数のQ^2依存性

平成８年 ２月 29日

佐賀大学大学院 工学系研究科 物理学専攻

深山 正紀

平成 8 年 2 月 29 日

平成 7 年度　修士論文

核子および原子核構造関数のQ^2依存性

佐賀大学大学院 工学系研究科 物理学専攻

深山 正紀

要旨

核子および原子核構造関数の Q^2 依存性について調べた。これらの構造関数の Q^2 依存性を記述する方程式として、Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP) 方程式と、それにパートン再結合の効果を含めた方程式が存在する。そこで、本研究では brute-force 法と呼ばれる数値解法を用いた FORTRAN プログラムを作製し、これら 2 つの方程式の数値解についての研究を行った。その結果、核子構造関数の Q^2 依存性については、α_s の最低次のみ (LO) の結果と比較して、高次項の補正を入れた場合 (NLO) の結果は小さい Q^2 領域でよりよく実験データを再現した。また原子核構造関数については、New Muon Collaboration (NMC) の Q^2 依存性に関する実験データ F_2^A/F_2^D との比較を行い、Q^2 発展におけるパートン再結合の効果は、小さい x 領域で著しいことが判明した。しかしながら現時点でその効果を検出するに至っていない。さらに、最近 NMC により得られた Q^2 発展の原子核依存性 $\partial(F_2^{Sn}/F_2^C)/\partial \ln Q^2$ についても解析した。その結果、おおよその x 依存性は現在得られているパートン分布の原子核内での変化と NLO の DGLAP 方程式で説明できることが分かった。また、Q^2 発展におけるパートン再結合の効果もその原子核依存性より詳しく研究できることが示された。

目 次

1 序論 **1**

2 構造関数と DGLAP 方程式 **3**

2.1 深非弾性散乱と *Bjorken* スケーリング 3

2.2 スケーリングの破れと $DGLAP$ 方程式 4

2.3 α_s の高次項の寄与 7

3 原子核構造関数の Q^2 発展 **10**

3.1 EMC 効果 10

3.2 Q^2 発展に関するパートン再結合の効果 11

4 数値計算 **16**

4.1 *brute-force* 法 16

4.2 $FORTRAN$ プログラム 17

4.3 計算精度 20

5 計算結果と考察 **26**

5.1 核子構造関数 26

5.2 原子核構造関数 30

5.3 Q^2 発展における原子核依存性 $\partial[F_2^{Sn}/F_2^C]/\partial \ln Q^2$ 34

6 結論 **38**

§ 謝辞 **39**

§ 付録 **40**

A 分岐関数 40

B 係数関数 46

§ 参考文献 **48**

1 序論

原子に α 粒子を衝突させる Rutherford 散乱が、原子の内部構造として原子核の存在を明らかにしたように、ある粒子の内部構造について調べるための有用な手段の一つとして、その散乱過程について調べることがあげられる。このような理由から、核子の内部構造について調べることを目的として、様々な散乱の理論および実験研究が行われてきた。

その中の、非常に高エネルギーの電子もしくはミューオンと核子の深非弾性散乱について考える。その微分断面積は、2 つの独立変数 $Q^2 = -q^2$ と $x \equiv Q^2/2M\nu$ の関数である構造関数 $F_1(x, Q^2)$ および $F_2(x, Q^2)$ を用いて書き表すことができる。ただし、q は散乱における移行 4 元運動量、ν はエネルギー移行、さらに M は核子質量である。

1969 年に SLAC (Stanford Linear Accelerator Center) での、陽子や重陽子を標的とした電子との深非弾性散乱実験により、Bjorken スケーリングが成り立っていることが実験的に示された [1]。この Bjorken スケーリングとは、構造関数が Q^2 によらずに x のみの関数で表されるという仮説である [2]。これは分解能に相当する Q^2 をあげていっても、それ以上の内部構造が見えてこないということを意味し、核子内部にパートンと呼ばれる構造を持たない点状粒子が存在していることを示している。

しかしながら、その後の広い x 領域にわたる、より精密な実験により、構造関数にわずかな Q^2 依存性があることが確認された。この “スケーリングの破れ” と呼ばれる現象は陽子内部のクォークがグルーオンを放出し、またそのグルーオンがクォーク·反クォーク対を生成して、クォークがグルーオンや海クォークの雲に覆われているために生じていると解釈できる。すなわち、Q^2 をあげて分解能をあげていくとこのようなより小さい運動量を持つパートンが見えてくることに相当すると考えられる。

クォークやグルーオンの強い相互作用は QCD (Quantum Chromodynamics, 量子色力学) によって記述される。そして、構造関数自体は Lattice QCD などの非摂動論的な方法でしか計算することができないが、そのスケーリングの破れは、摂動論的 QCD によって評価することができる。具体的な計算は、摂動論的 QCD により導出される Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP) 方程式を用いて行うことができる [3]。この方程式は、より大きな運動量を持つパートンが、ある確率でパートンを放出して、より小さい運動量を持つパートンになる過程を計算していくものである。よって、この DGLAP 方程式の数値解を求めて、スケーリングの破れ、すなわち構造関数の Q^2 依存性について研究することは、摂動論的 QCD の検証という意味で非常に意義のあることである。さらに、この方程式は実験および理論の研究において非常によく用いられるものなので、この方程

式を解くコンピュータプログラムを作製し、他の研究者も利用できるように公開することは有用である。

ところで、標的粒子を核子から原子核に変えた場合を考える。すると核子の構造関数に対応して原子核の構造関数を得ることができる。この原子核構造関数について、1983 年に非常に興味深い現象が発見された。それは、原子核構造関数 F_2^A が核子の構造関数 F_2^N と異なっているというもので、すなわち $F_2^A(x,Q^2)/F_2^N(x,Q^2) \neq 1$ である。この現象は European Muon Collaboration (EMC) によって発見されたので EMC 効果と呼ばれ [4]、この現象を説明するために様々な模型が提唱されている。それらの模型のなかにパートン再結合というものがある [5]–[9]。これは、異なる核子からのパートンが互いに相互作用をして融合していく過程を考えるものであり、 shadowing (影散乱) と呼ばれる小さい x 領域を説明する模型である。この効果は Q^2 発展の過程のなかにも入ってくると考えられ、その効果を DGLAP 方程式に含めた方程式が示されている [10, 11]。よって、パートン再結合を用いて求められる原子核構造関数や原子核内パートン分布を Q^2 発展させる場合には、この方程式を用いることが必要である。しかしながら、原子核構造関数の x 依存性についてはかなり詳しい研究がなされているにもかかわらず、この方程式の数値解や妥当性などについてはあまり詳しい研究はなされていない。よって、原子核構造関数の Q^2 依存性がこの方程式で記述できるのかということは興味のある点である。特に、今後の実験でこのような効果を検出することができると考えられるので、現時点において、その方程式の数値解を求めることは重要な研究課題である。また、最近 New Muon Collaboration (NMC) により $\partial[F_2^{Sn}/F_2^C]/\partial \ln Q^2$ についての精度のよいデータが得られており [12]、現在得られている原子核内パートン分布と上記のパートン再結合の効果を入れた Q^2 発展方程式が、その結果を説明できるのかという点についての研究も興味深い。

このような状況をふまえて、本研究では核子および原子核の構造関数の Q^2 依存性について数値解の研究を行った。この論文の構成は以下の通りである。まず第 2 章において、DGLAP 方程式について詳しく示し、続いて第 3 章で原子核構造関数の Q^2 発展として、パートン再結合の効果を含む Q^2 発展方程式について説明する。さらに、第 4 章では brute-force 法と呼ばれる数値解法と、それを用いた FORTRAN プログラムについて説明し、第 5 章でそのプログラムを用いて計算した結果と様々な実験結果との比較を行う。そして最後に第 6 章で結論を述べる。

2　構造関数と DGLAP 方程式

2.1　深非弾性散乱と *Bjorken* スケーリング

序論でも述べたように核子の内部構造について調べるための有用な方法として、それらの散乱過程について考えることがあげられる。そこで、核子の内部構造について調べるために、電子と陽子の非弾性散乱について考える。実験室系での電子 ･陽子非弾性散乱の微分断面積は、

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{\alpha^2}{4E^2\sin^4\frac{\theta}{2}}\left[2W_1(\nu,Q^2)\sin^2\frac{\theta}{2} + W_2(\nu,Q^2)\cos^2\frac{\theta}{2}\right] \tag{2.1}$$

E , E' :　始状態および終状態の電子のエネルギー
θ :　散乱角
ν :　エネルギー移行 $\nu = E - E'$
Q^2 :　４元運動量移行を q として $Q^2 = -q^2$

のように構造関数 W_1 と W_2 で書き表される [9, 13, 14]。

ところで、$x = Q^2/2M\nu$ を有限に保ちながら $Q^2 \to \infty$, $\nu \to \infty$ の極限を考えたとき、W_1 と W_2 が、

$$MW_1(Q^2,\nu) \;\to\; F_1(x) \tag{2.2a}$$

$$\nu W_2(Q^2,\nu) \;\to\; F_2(x) \tag{2.2b}$$

のように、x のみの関数として表されるということが Bjorken によって提唱され、これを Bjorken スケーリングと呼ぶ [2]。そしてこの Bjorken スケーリングは SLAC により 1969 年に実験的に確かめられた [1]。

Q^2 を大きくしていくということは分解能をあげることに相当する。よって Q^2 が小さく分解能が低い散乱の場合には、陽子の内部構造を見ることはできない。そのため、散乱の仮想光子は陽子全体と相互作用している。しかし Q^2 を大きくしていくとやがて仮想光子は陽子の内部にまで入り込み、陽子は壊され、終状態においては無数のハドロン群が生成される。このような非弾性散乱になると陽子の内部構造が見え始める。そしてさらに Q^2 を大きくした、非弾性度の非常に大きい領域を深非弾性領域と呼び、この領域での散乱を深非弾性散乱と呼ぶ。Bjorken スケーリングの主張するところは、このような深非弾性領域においては、Q^2 をあげて分解能を増しても、それ以上の内部構造が見えてこないという

ことである。すなわち陽子内部には構造のない点状粒子が存在し、深非弾性領域では、レプトンからの仮想光子はその点状粒子と相互作用をしているということである。この点状粒子はパートンと呼ばれる。

ところで陽子の運動量を無限大とする系においては、変数 x は陽子に対するパートンの持つ運動量比に相当することが示される。すなわち仮想光子と相互作用するパートンの持つ運動量は P を核子の運動量として xP である。

2.2 スケーリングの破れと $DGLAP$ 方程式

核子内部に構造を持たない点状粒子の存在を示した Bjorken スケーリングであるが、その後の広い x 領域にわたる、より精密な実験により、わずかに破れていることがわかった (図 2.1)。この現象は “スケーリングの破れ” と呼ばれる。しかしながら、これは核子の内部構造のクォーク ・パートン模型による理解が誤りであるということを意味するわけではなく、核子内部のクォークがグルーオンや海クォークの雲をまとっていることに起因すると考えることができる。すなわち Q^2 が大きくなって分解能が増すと、そのような雲が見えてくると考えられる。すると、具体的には Q^2 が大きくなるにつれて大きい x を持つパートンが減り、より小さい x を持つパートンが増えることになる。図 2.1 を見ると確かに小さい x では Q^2 の増加とともに構造関数も増加しており、大きい x においては Q^2 が増加にしたがって構造関数は減少していることがわかる。

このようなスケーリングの破れを記述する方程式として、Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP) 方程式があり [3]、これは以下のような微積分方程式である。

$$\frac{\partial}{\partial t}\,\widetilde{q}_{NS}\,(x,t) \;=\; \int_x^1 \frac{dy}{y}\;\widetilde{P}_{NS}\left(\frac{x}{y}\right)\;q_{NS}\,(y,t) \tag{2.3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\,\widetilde{q}_i{}^{+}\,(x,t) \;=\; \int_x^1 \frac{dy}{y}\;\left[\;\sum_j \widetilde{P}_{q_i^+ q_j^+}\left(\frac{x}{y}\right)\;\widetilde{q}_j{}^{+}\,(y,t) \;+\; \widetilde{P}_{q^+ g}\left(\frac{x}{y}\right)\;\widetilde{g}\,(y,t)\;\right] \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\,\widetilde{q}_{S}\,(x,t) \;=\; \int_x^1 \frac{dy}{y}\;\left[\;\sum_i\sum_j \widetilde{P}_{q_i^+ q_j^+}\left(\frac{x}{y}\right)\;\widetilde{q}_j{}^{+}\,(y,t) \;+\; N_f\widetilde{P}_{q^+ g}\left(\frac{x}{y}\right)\;\widetilde{g}\,(y,t)\;\right] \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\,\widetilde{g}\,(x,t) \;=\; \int_x^1 \frac{dy}{y}\;\left[\;\widetilde{P}_{gq}\left(\frac{x}{y}\right)\;\widetilde{q}_{S}\,(y,t) \;+\; \widetilde{P}_{gg}\left(\frac{x}{y}\right)\;\widetilde{g}\,(y,t)\;\right] \tag{2.6}$$

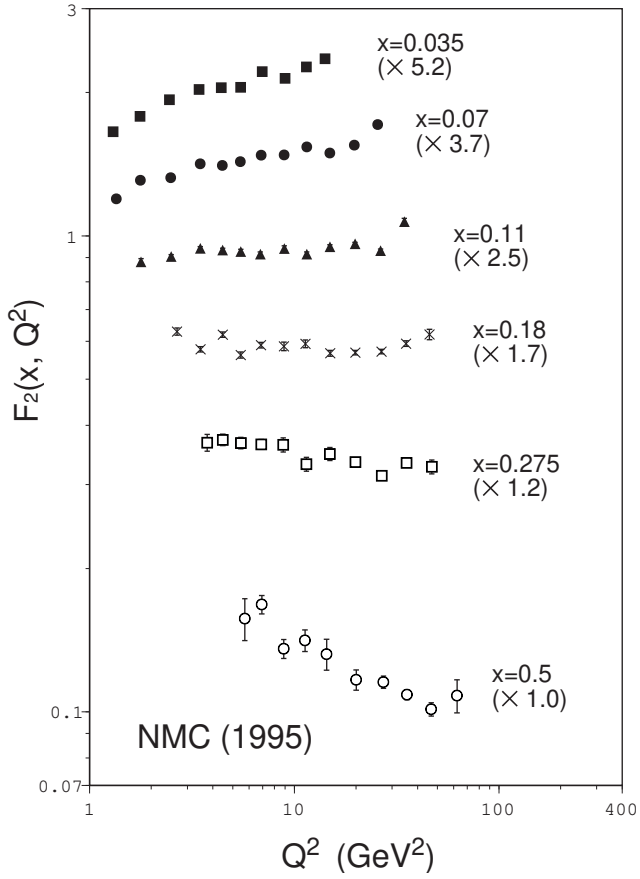

図 2.1: スケーリングの破れ

ただし t は、

$$t \equiv -\frac{2}{\beta_0} \ln\left[\frac{\alpha_s(Q^2)}{\alpha_s(Q_0^2)}\right] \tag{2.7}$$

で定義される変数であり、$\alpha_s(Q^2)$ は強い相互作用の実効結合定数である。また、$q_i(x,t)$, $\bar{q}_i(x,t)$ をそれぞれフレーバー i を持つクォーク分布および反クォーク分布として、${q_i}^+ = q_i + \bar{q}_i$ であり、さらに q_{NS}, q_S, g はそれぞれフレーバー非 1 重項分布、フレーバー 1 重項分布およびグルーオン分布を表す。そして $\widetilde{f}(x) = xf(x)$ であり、N_f はフレーバーの数である。

ここで、$P(y/x)$ は分岐関数と呼ばれるもので、特に $(2.4) \sim (2.6)$ 式の $P_{ij}(y/x)$ は運動量比 y を持つパートン j が分岐して、運動量比 x を持つパートン i になる確率を表している。よって、α_s の最低次 (Leading Order, 以後 LO) のみを考える場合には、(2.4) および (2.5) 式の右辺第 1 項および第 2 項はそれぞれ図 2.2 の (a), (b) を表し、(2.6) 式の右辺第

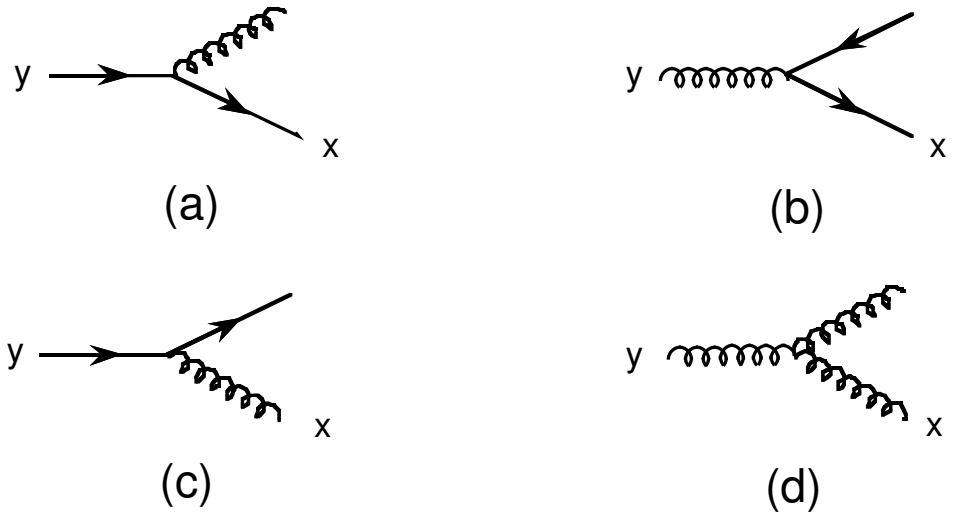

図 2.2: DGLAP 方程式における分岐の過程 (LO)

1 項および第 2 項はそれぞれ (c), (d) の過程を表している。また、(2.3) 式の右辺は図 2.2 の (a) の過程を表し、よって LO のみの場合には、(a) の過程でフレーバーが変わることはないので、

$$P_{q_i^+ q_j^+} = \delta_{ij}\ P_{NS} \tag{2.8}$$

である。よって、この場合には (2.4) および (2.5) 式はさらに簡単に、

$$\frac{\partial}{\partial t}\ \tilde{q}_i{}^+(x,t) \ = \ \int_x^1 \frac{dy}{y}\ \left[\ \tilde{P}_{NS}\left(\frac{x}{y}\right)\ \tilde{q}_i{}^+(y,t) \ + \ \tilde{P}_{q^+g}\left(\frac{x}{y}\right)\ \tilde{g}\,(y,t)\ \right] \tag{2.9}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\ \tilde{q}_S\,(x,t) \ = \ \int_x^1 \frac{dy}{y}\ \left[\ \tilde{P}_{NS}\left(\frac{x}{y}\right)\ \tilde{q}_S\,(y,t) \ + \ N_f \tilde{P}_{q^+g}\left(\frac{x}{y}\right)\ \tilde{g}\,(y,t)\ \right] \tag{2.10}$$

と書くことができる。しかし、q_i^+ 分布に関しては、グルーオン分布の方程式にフレーバー 1 重項分布 q_S が含まれてくるために、この分布を単独では計算することはできず、フレーバー 1 重項分布 q_S も同時に計算しなければならない。

これらの方程式によれば、ある Q^2 におけるパートン分布がわかれば、それをもとに任意の Q^2 でのパートン分布を得ることができる。このことからこれらの方程式は Q^2 発展方程式と呼ばれる。このようにして得られるパートン分布は LO の場合には、

$$F_2(x,Q^2) = \sum_i e_i^2 \tilde{q}_i{}^+(x,Q^2) \tag{2.11}$$

の関係を用いて構造関数 F_2 に直すことができる。ここで e_i はフレーバー i のクォークが持つ電荷である。よって DGLAP 方程式でパートン分布の Q^2 依存性を調べれば、構造関数の Q^2 依存性が得られ、実験値と比較することができる。また構造関数 F_1 と F_2 には、LO では

$$F_2(x,Q^2) = 2xF_1(x,Q^2) \tag{2.12}$$

という関係が成り立っているので、どちらか一方だけを扱えばよいことがわかる。この関係は Callan-Gross の関係とよばれる。

2.3 α_s の高次項の寄与

本研究では特に α_s の高次項の寄与を入れた DGLAP 方程式についても研究を行った [15, 16]。それは 3 つの部分に含まれてくる。まず第 1 には α_s そのものに入ってくる。すなわち LO の場合には、

$$\alpha_s^{LO}(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(Q^2/\Lambda^2)} \tag{2.13}$$

であるが、第 1 次の高次項 (Next-to-Leading Order, 以後 NLO) の寄与を含む場合には、

$$\alpha_s^{NLO}(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(Q^2/\Lambda^2)} \left[1 - \frac{\beta_1 \ln\ln(Q^2/\Lambda^2)}{\beta_0^2 \ln(Q^2/\Lambda^2)} \right] \tag{2.14}$$

となる。ところで NLO の寄与を考える場合には、くり込み処方を特定しなければならない。本論文では modified minimal subtruction scheme ($\overline{MS}$) と呼ばれる処方を用いた。また、β_0 と β_1 はそれぞれ以下の式で定義されている。

$$\beta_0 = \frac{11}{3} C_G - \frac{4}{3} T_R N_f \quad , \quad \beta_1 = \frac{34}{3} C_G^2 - \frac{10}{3} C_G N_f - 2 C_F N_f \tag{2.15}$$

ただし、

$$C_G = N_c \quad , \quad C_F = \frac{N_c^2 - 1}{2N_c} \quad , \quad T_R = \frac{1}{2} \tag{2.16}$$

であり、N_f , N_c はそれぞれフレーバーの数とカラーの数 $(N_c = 3)$ である。

第 2 に DGLAP 方程式に入ってくる。しかしその寄与は $(2.3) \sim (2.6)$ 式の形は変えず、分岐関数のなかに含めることができる。すなわち、$(2.3) \sim (2.6)$ 式における分岐関数 $\tilde{P}(x)$ は、

$$\tilde{P}(x) = \tilde{P}^{(0)}(x) + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} R(x) \tag{2.17}$$

となる。ここで、$R(x)$ は、

$$R(x) \equiv \tilde{P}^{(1)}(x) - \frac{\beta_1}{2\beta_0} \tilde{P}^{(0)}(x) \tag{2.18}$$

で定義される。ただし、$P^{(0)}(x)$ は LO の分岐関数で $P^{(1)}(x)$ は NLO の寄与である。この (2.18) 式の右辺第 2 項は Q^2 の代わりに (2.7) 式で定義される t を用いていることによるものである。LO および NLO の分岐関数は付録 A に示す。

さらに第 3 に、パートン分布から構造関数にするときにも NLO の寄与が入ってくる。構造関数とパートン分布の関係は、

$$\tilde{F}_n^{NS}(x, Q^2) \;=\; \int_x^1 \frac{dy}{y} \; \tilde{C}_n^q \left(\frac{x}{y}, \alpha_s \right) \; \tilde{q}_n^{NS}(y, Q^2) \tag{2.19}$$

$$\tilde{F}_{n,i}{}^{+}(x, Q^2) \;=\; \int_x^1 \frac{dy}{y} \; \tilde{C}_n^q \left(\frac{x}{y}, \alpha_s \right) \; \tilde{q}_i{}^{+}(y, Q^2) \;+\; \int_x^1 \frac{dy}{y} \; \tilde{C}_n^g \left(\frac{x}{y}, \alpha_s \right) \; \tilde{g}(y, Q^2) \tag{2.20}$$

と表すことができる。ここで、添字 n は $F_1, F_2/x, F_3$ のいずれかを示し、i はフレーバーを表す。そして係数関数 $C_n^{q,g}$ に NLO の寄与が入ってくる。係数関数は、

$$C_n^q(x, \alpha_s) \;=\; \delta(1-x) + \frac{\alpha_s}{4\pi} B_n^q(x) + O(\alpha_s^2) \tag{2.21}$$

$$C_n^g(x, \alpha_s) \;=\; \frac{\alpha_s}{4\pi} B_n^g(x) + O(\alpha_s^2) \tag{2.22}$$

という形をしている。$B_n^q(x), B_n^g(x)$ は付録 B に示す。よって、LO の場合には、

$$\widetilde{F}_n^{NS}(x,Q^2) \;=\; \widetilde{q}_n^{NS}(x,Q^2) \tag{2.23}$$

$$\widetilde{F}_{n,i}^{+}(x,Q^2) \;=\; \widetilde{q}_i{}^{+}(x,Q^2) \tag{2.24}$$

となって構造関数はクォーク分布そのままで表されるが、Q^2 発展に NLO の寄与を含める場合には、構造関数に直すときに $B_n^q(x)$, $B_n^g(x)$ の寄与を入れなければならない。そしてその後で例えば F_2 を、

$$F_2(x,Q^2) = \sum_i e_i^2 F_{2,i}^{+}(x,Q^2) \tag{2.25}$$

として求めることになる。

またこのことから、ある Q_0^2 での構造関数を与えて構造関数自身を Q^2 発展させる場合には、さらに余分な項が分岐関数に入ってくる。構造関数に対する、NLO の寄与を含む DGLAP 方程式は以下のように表される。

$$\frac{\partial}{\partial t}\,\widetilde{F}_{NS}^{\pm}(x,t) \;=\; \int_x^1 \frac{dy}{y}\left[\,\widetilde{P}_{NS}^{(0)}\!\left(\frac{x}{y}\right) + \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} R_{q^{\pm},NS}\!\left(\frac{x}{y}\right)\right]\widetilde{F}_{NS}^{\pm}(y,t) \tag{2.26}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} \widetilde{F}_i^{+}(x,t) \\ \widetilde{g}(x,t) \end{pmatrix} \;=\; \int_x^1 \frac{dy}{y}\left[\widetilde{\mathbf{P}}^{(0)}\!\left(\frac{x}{y}\right) \;+\; \frac{\alpha_s(t)}{2\pi}\,\mathbf{R}\!\left(\frac{x}{y}\right)\right]\begin{pmatrix} \widetilde{F}_j^{+}(y,t) \\ \widetilde{g}(y,t) \end{pmatrix} \tag{2.27}$$

ここで、$F_{NS}^{\pm}$ は $q \pm \bar{q}$ 型のフレーバー非 1 重項の構造関数を表す。さらに、

$$R_{q^{\pm},NS}(x) = \widetilde{P}_{q^{\pm},NS}^{(1)}(x) - \frac{\beta_1}{2\beta_0}\widetilde{P}_{NS}^{(0)}(x) - \frac{\beta_0}{4}\widetilde{B}_n^q(x) \tag{2.28}$$

$$\mathbf{R}(x) \;=\; \widetilde{\mathbf{P}}^{(1)}(x) \;-\; \frac{\beta_1}{2\beta_0}\,\widetilde{\mathbf{P}}^{(0)}(x) \;-\; \frac{\beta_0}{4}\,\widetilde{\mathbf{D}}^{(1)}(x) \;+\; \widetilde{\mathbf{E}}(x) \tag{2.29}$$

である。$\mathbf{P}^{(0),(1)}(x)$, $\mathbf{D}^{(1)}(x)$, $\mathbf{E}(x)$ は付録 A に示す。(2.23) および (2.24) 式で示したように LO の場合には、構造関数はクォーク分布に等しいので、そのような余分な項は現れてこない。よってこの場合には、ふつうの LO の DGLAP 方程式で計算することができる。この様に構造関数自身を Q^2 発展させる方法を 1 ステップ形式と呼び [15, 16]、パートン分布を Q^2 発展させてその後で構造関数に直す方法を 2 ステップ形式と呼ぶ。

3　原子核構造関数の Q^2 発展

3.1　EMC 効果

核子とレプトンの深非弾性散乱において、標的粒子を核子から原子核に変えると、原子核構造関数を得ることができる。この原子核構造関数が核子の構造関数と等しくないことが EMC によって 1983 年に発見され、EMC 効果と呼ばれている (図 3.1) [4]。すなわち、F_2^A , F_2^D をそれぞれ原子核構造関数、重陽子の構造関数として、

$$R_2 \equiv \frac{F_2^A(x,Q^2)}{F_2^D(x,Q^2)} \neq 1 \tag{3.1}$$

である。ただし、重陽子は自由な核子と近似できると考えることができる。

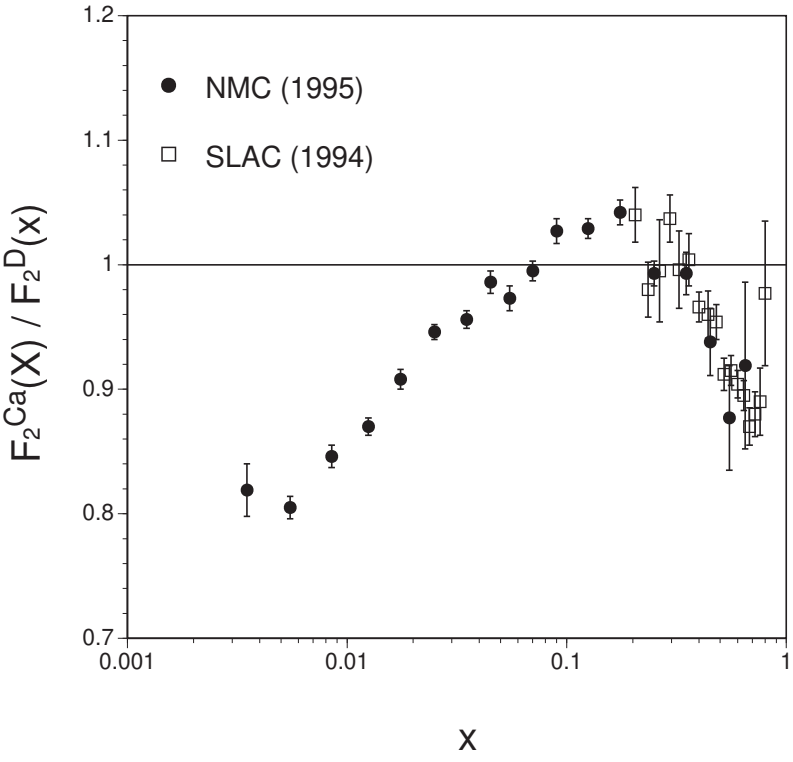

図 3.1: EMC 効果

図 3.1 からわかるように、原子核内における F_2 の変化は以下の 5 つの領域に分けることができる。

(a) $x \lesssim 0.05$ の領域において R_2 は 1 より小さくなる。これを shadowing と呼ぶ。

(b) $0.1 \lesssim x \lesssim 0.25$ の領域では $R_2 > 1$ となる。この現象は shadowing に対して anti-shadowing と呼ばれる。

(c) $x = 0.25 \sim 0.30$ の領域で $R_2 \simeq 1$ 。

(d) $0.3 \lesssim x \lesssim 0.8$ の領域では $R_2 < 1$ 。

(e) $x \to 1$ につれて R_2 は 1 を越え単調に増加する。

そして、これらの現象を説明するために様々な模型が提唱されている。その中で、小さい x 領域 (a) における shadowing を説明する模型として、パートン再結合 (parton recombination) がある [5]–[9]。

運動量比 x を持つパートンの縦方向の運動領域 ΔL は P を核子の運動量としておよそ $\Delta L \sim 1/xP$ であり、x が小さくなればなるほど大きくなっていく。その運動領域が縦方向の平均核子間距離を越えるような小さい x を持つパートンは、他の核子のパートンと重なり合い、もはや自由なパートンと見なすことはできない。パートン再結合とは、それらの小さい x を持つパートンどうしが相互作用して融合する過程である。このようなパートン再結合が起こると、小さい x を持つパートンどうしが融合してその分布が減るため、その領域で構造関数も小さくなる。よって小さい x 領域で $F_2^A/F_2^D < 1$ となり、shadowing が起こると考えられる。

3.2 Q^2 発展に関するパートン再結合の効果

shadowing を説明するために導入されたパートン再結合は、Q^2 発展の過程のなかにも入ってくると考えることができ、その効果を入れた Q^2 発展方程式が示されている [10, 11]。この方程式は Q^2 が増えるにしたがい、より大きい運動量比 x を持つパートンが小さい x のパートンに分岐していく過程を計算していく DGLAP 方程式に、図 3.2 のような小さい x をもつパートンどうしが融合していく過程を補正項として含んでいる。よって、パートン再結合により得られる原子核構造関数や原子核内パートン分布の Q^2 依存性について考える場合には、この方程式を用いて計算を行うことが必要である。

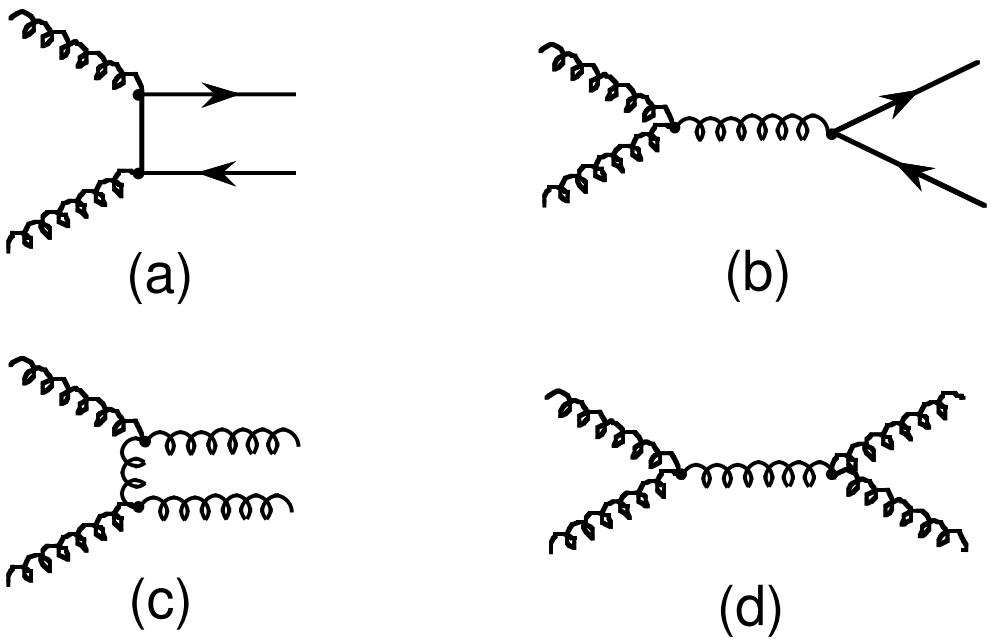

図 3.2: パートン再結合の過程

具体的には、まず、自由な核子内におけるパートン分布に対して、原子核内のパートン分布は $\delta\widetilde{p}^A(x,t)$ だけ補正を受けると考える。すなわち、

$$\widetilde{p}^A(x,t) = \widetilde{p}(x,t) - \delta\widetilde{p}^A(x,t) \tag{3.2}$$

である。ただし、原子核内パートン分布は質量数 A で割ったものとして定義した。そして、自由な核子内のパートン分布 $\widetilde{p}(x,t)$ と補正項 $\delta\widetilde{p}^A(x,t)$ をそれぞれ Q^2 発展させ、最後に (3.2) 式によって Q^2 発展した原子核内のパートン分布を得る。

核子内のパートン分布も実際には核子内でのパートン再結合の効果を受けると考えられる。それは、核子内での小さい x を持つパートンどうしの重なり合いによって起こる融合過程である。その効果を入れた Q^2 発展方程式は以下のようになる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t}\,\widetilde{q}_i{}^{+}(x,t) \;=\; & \int_x^1 \frac{dy}{y}\,\Bigg[\,\widetilde{P}_{q^+,NS}\left(\frac{x}{y}\right)\,\widetilde{q}_i{}^{+}(y,t) \;+\; 2C_{_F}T_R\widetilde{F}_{qq}\left(\frac{x}{y}\right)\,\widetilde{q}_{_S}(y,t) \\
& \qquad +\; \widetilde{P}_{qg}\left(\frac{x}{y}\right)\,\widetilde{g}(y,t)\,\Bigg] \\
& -\; 2\,\frac{K}{\pi {R_0}^2}\,\frac{1}{Q^2}\,\Bigg\{\frac{(2\pi)^2\alpha_s(t)}{\mathrm{N_c}\,(\mathrm{N_c^2}-1)}\,\left(\frac{4}{15}N_c^2 \;-\; \frac{3}{5}\right)\,[\widetilde{g}(x,t)]^2 \\
& \qquad +\; \int_x^1 \frac{dy}{y}\,\widetilde{\widetilde{P}}_{qg}\left(\frac{x}{y}\right)\,\widetilde{G}_{HT}(y,t)\,\Bigg\}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\,\tilde{q}_{_S}\,(x,t) \;=\; \int_x^1 \frac{dy}{y}\,\left[\,\left\{\,\tilde{P}_{q^+,NS}\left(\frac{x}{y}\right) \;+\; 2N_f C_{_F} T_R \tilde{F}_{qq}\left(\frac{x}{y}\right)\,\right\}\,\tilde{q}_{_S}\,(y,t)\right.$$
$$\left.+\;\; N_f \tilde{P}_{qg}\left(\frac{x}{y}\right)\;\tilde{g}\,(y,t)\,\right]$$
$$-\;\; 2N_f\;\frac{K}{\pi {R_0}^2}\;\frac{1}{Q^2}\;\left\{\frac{(2\pi)^2\alpha_s(t)}{\mathrm{N_c}\,(\mathrm{N_c^2}-1)}\;\left(\frac{4}{15}N_c^2\;-\;\frac{3}{5}\right)\;[\tilde{g}\,(x,t)]^2\right.$$
$$\left.+\;\int_x^1 \frac{dy}{y}\;\tilde{\tilde{P}}_{qg}\left(\frac{x}{y}\right)\;\tilde{G}_{HT}\,(y,t)\;\right\} \qquad (3.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\,\tilde{g}\,(x,t) \;=\; \int_x^1 \frac{dy}{y}\;\left[\;\tilde{P}_{gq^+}\left(\frac{x}{y}\right)\;\tilde{q}_{_S}\,(y,t)\;+\;\tilde{P}_{gg}\left(\frac{x}{y}\right)\;\tilde{g}\,(y,t)\;\right]$$
$$-\;\;\frac{K}{\pi {R_0}^2}\;\frac{1}{Q^2}\;\left\{\frac{8\pi^2}{N_c^2-1}\;\alpha_s(t)\;C_G^2\;\int_x^1 \frac{dy}{y}\;[\tilde{g}\,(y,t)]^2\right\} \qquad (3.5)$$

ただし、パートン再結合の効果は NLO と同じ α_s のオーダーとして入ってくるので、もとの DGLAP 方程式も NLO の寄与を含めて計算をする必要がある。これらの式の右辺の第 1 項の積分部分は NLO の寄与を含む通常の DGLAP 方程式であり、その他の項がパートン再結合の効果を表す。ただし、(3.3), (3.4) の補正項は図 3.2 (a) と (b) の過程を表し、(3.5) の補正項は (c) の過程を表す。ここで、NLO の寄与を含む分岐関数 $P_{q_i^+ q_j^+}$ が、

$$P^{(0)}_{q_i^+ q_j^+}(x) \;=\; \delta_{ij}\;P^{(0)}_{NS}(x)$$
$$P^{(1)}_{q_i^+ q_j^+}(x) \;=\; \delta_{ij}\;P^{(1)}_{q^+,NS}(x) + 2C_F T_R F_{qq}(x)$$

と表せることをあらわに用いている (付録 A 参照)。これより、${q_i}^+$ の分布を計算する場合に、すべてのフレーバー i に対する ${q_i}^+$ は必要ではなく、その和であるフレーバー 1 重項分布 $q_{_S}$ さえ同時に計算すればよいことがわかる。ここで $P^{(0)}_{NS}(x)$, $P^{(1)}_{q^+,NS}(x)$, $F_{qq}(x)$ は付録 A に示す。補正項の中に現れる $\bar{P}_{qg}(x)$ は、

$$\bar{P}_{qg}(x) = 2\;(-2x + 15x^2 - 30x^3 + 18x^4) \qquad (3.6)$$

である。さらに、$G_{HT}(x,t)$ は高次グルーオン分布と呼ばれる分布で、図 3.2 (b) に示され

る過程のなかに現れてくる分布である。この分布の Q^2 発展は、

$$\frac{\partial}{\partial t}\,\widetilde{G}_{HT}\,(x,t) \;=\; \frac{8\pi^2}{N_c^2-1}\,\alpha_s(t)\,C_G^2\,\int_x^1 \frac{dy}{y}\,\left[\widetilde{g}\,(y,t)\right]^2 \tag{3.7}$$

の方程式に従う。この方程式を解くためには $\widetilde{G}_{HT}$ の初期分布が必要であるが、この分布が二つのグルーオンの相互作用に関係することから、

$$\widetilde{G}_{HT}(x,Q_0^2) \;=\; K_{HT}[\widetilde{g}(x,Q_0^2)]^2 \tag{3.8}$$

と仮定する。ただし K_{HT} は自由なパラメータであり、ここでは参考文献 [11] に従い $K_{HT}=1.68$ とした。

さらに $\delta\widetilde{p}^A(x,t)$ の Q^2 発展は DGLAP 方程式に原子核内のパートン再結合の効果を入れた方程式に従う。具体的な方程式の形は以下のようになる。

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\,\delta\widetilde{q}_i^{\,+,A}\,(x,t) \;=\; &\int_x^1 \frac{dy}{y}\,\left[\,\widetilde{P}_{q^+,\,NS}\left(\frac{x}{y}\right)\,\delta\widetilde{q}_i^{\,+,A}\,(y,t) \;+\; 2C_{_F}T_R\widetilde{F}_{qq}\left(\frac{x}{y}\right)\,\delta\widetilde{q}_{_S}^{\,A}\,(y,t)\right.\\ &\left.+\;\widetilde{P}_{qg}\left(\frac{x}{y}\right)\,\delta\widetilde{g}^{\,A}\,(y,t)\,\right]\\ +\;2\left(\frac{3}{2}R_A\overline{n}\;-\;\frac{K}{\pi{R_0}^2}\right)\,&\frac{1}{Q^2}\,\left\{\frac{(2\pi)^2\alpha_s(t)}{\mathrm{N_c}\,(\mathrm{N_c^2}-1)}\,\left(\frac{4}{15}N_c^2\;-\;\frac{3}{5}\right)\,\left[\widetilde{g}\,(x,t)\right]^2\right.\\ &\left.+\;\int_x^1\frac{dy}{y}\,\widetilde{\widetilde{P}}_{qg}\left(\frac{x}{y}\right)\,\widetilde{G}_{HT}\,(y,t)\,\right\}\end{aligned} \tag{3.9}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\,\delta\widetilde{q}_{_S}^{\,A}\,(x,t) \;=\; &\int_x^1 \frac{dy}{y}\,\left[\,\left\{\,\widetilde{P}_{q^+,NS}\left(\frac{x}{y}\right)\;+\;2N_fC_{_F}T_R\widetilde{F}_{qq}\left(\frac{x}{y}\right)\,\right\}\,\delta\widetilde{q}_{_S}^{\,A}\,(y,t)\right.\\ &\left.+\;N_f\widetilde{P}_{qg}\left(\frac{x}{y}\right)\,\delta\widetilde{g}^{\,A}\,(y,t)\,\right]\\ +\;2N_f\left(\frac{3}{2}R_A\overline{n}\;-\;\frac{K}{\pi{R_0}^2}\right)\,&\frac{1}{Q^2}\,\left\{\frac{(2\pi)^2\alpha_s(t)}{\mathrm{N_c}\,(\mathrm{N_c^2}-1)}\,\left(\frac{4}{15}N_c^2\;-\;\frac{3}{5}\right)\,\left[\widetilde{g}\,(x,t)\right]^2\right.\\ &\left.+\;\int_x^1\frac{dy}{y}\,\widetilde{\widetilde{P}}_{qg}\left(\frac{x}{y}\right)\,\widetilde{G}_{HT}\,(y,t)\,\right\}\end{aligned} \tag{3.10}$$

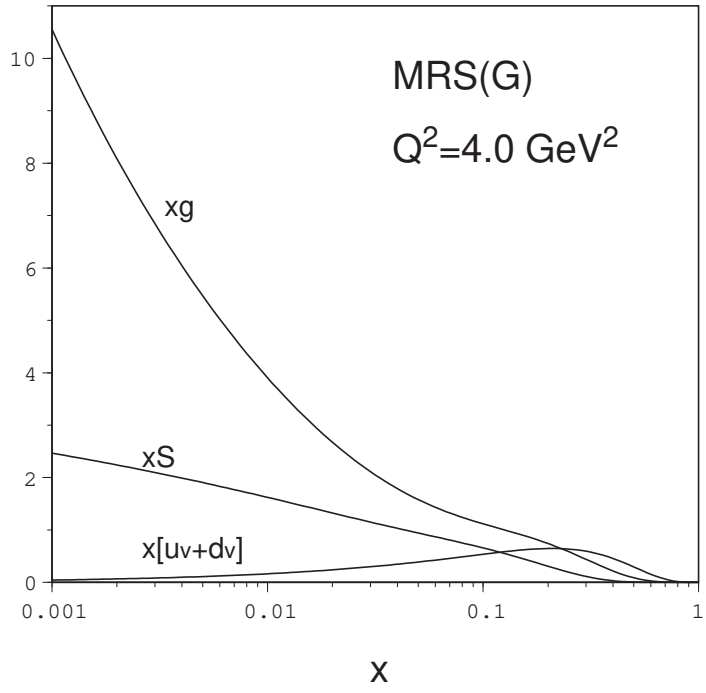

図 3.3: パートン分布 MRS(G)

$$\frac{\partial}{\partial t}\,\delta\widetilde{g}^{\,A}(x,t) \;=\; \int_x^1 \frac{dy}{y}\,\left[\,\widetilde{P}_{gq+}\left(\frac{x}{y}\right)\,\delta\widetilde{q}_S^{A}(y,t) \;+\; \widetilde{P}_{gg}\left(\frac{x}{y}\right)\,\delta\widetilde{g}^{A}(y,t)\,\right]$$
$$+\;\left(\frac{3}{2}R_A\overline{n} \;-\; \frac{K}{\pi {R_0}^2}\right)\;\frac{1}{Q^2}\;\left\{\frac{8\pi^2}{N_c^2-1}\;\alpha_s(t)\;C_G^2\;\int_x^1\frac{dy}{y}\;\left[\widetilde{g}\,(y,t)\right]^2\right\} \quad (3.11)$$

ただし、扱っている原子核の質量数を A として $R_A = R_1 A^{1/3}$ であり、ここでは簡単に $R_1 = R_0 = 1.0$ fm とした。また、$\bar{n}$ は原子核内における核子数密度である。これより、$R_A\bar{n} \propto A^{1/3}$ となり、これはパートン再結合の効果が、原子核内のパートンどうしが重なり合う度合いに比例し、さらにそれが縦方向の核子数と比例していることに起因する。また、定数 K は $A = 1$ としたときに補正項が消えるように $K = 9/8$ とした。

ところで、パートン再結合という場合にはグルーオンどうしの再結合の他に、実際にはグルーオンとクォークやクォークとクォークの再結合についても考えなければならない。しかし、図 3.3 にあるように、パートン再結合が起こるような小さい x 領域においては、グルーオンの分布に対してクォークの分布は非常に小さいので、おもに Q^2 発展に効いてくるのはグルーオンどうしの再結合であると考えてよい。したがって、グルーオンとクォークの両方の再結合を取り扱うのは非常に複雑であることから、現段階においてはグルーオンどうしの再結合のみを考えている。

4 数値計算

4.1 *brute-force* 法

我々のグループでは、 Laguerre 多項式を用いた数値解法により、DGLAP 方程式の数値解について研究を進めてきた [17]。この方法はパートン分布を Laguerre 多項式で展開して計算をするもので、Laguerre 多項式の関数形がパートン分布の形と類似しているために収束が速く、SUN–IPX を使用してわずか数秒という非常に短い計算時間で計算精度の良い結果を得ることができる。しかし、特にフレーバー非 1 重項の場合、大きい x 領域や非常に小さい x 領域でやや計算精度が落ちてしまう。また今回問題としている、パートン再結合の効果として非線形な補正項を含む Q^2 発展方程式は解くことができず、さらに小さな x 領域で特異なふるまいをする初期分布も扱うことができないなどの欠点がある。

そこで本研究では他の数値解法との比較という目的も兼ねて、微積分方程式の数値解法としては最も簡単な brute-force 法と呼ばれる方法を用いて数値解の研究を行った。brute-force 法とは x および t を N_x, N_t 個の小さいステップにそれぞれ分割し、t での微分および x での積分を

$$\frac{df(x,t)}{dt} \quad \Longrightarrow \quad \frac{f(x_i,t_{j+1})-f(x_i,t_j)}{\Delta t_j} \tag{4.1a}$$

$$\int dx f(x,t) \quad \Longrightarrow \quad \sum_{k=1}^{N_x} \Delta x_k f(x_k,t_j) \tag{4.1b}$$

のように置き換えて数値計算を行うものである。ただし、$\Delta t_j = t_{j+1}-t_j$, $\Delta x_k = x_k - x_{k-1}$ である。例としてフレーバー非 1 重項の場合を考えてみれば、

$$\frac{\partial}{\partial t}\,\widetilde{q}_{NS}(x,t) \;=\; \int_x^1 \frac{dy}{y}\,\widetilde{P}_{NS}\!\left(\frac{x}{y}\right)\,\widetilde{q}_{NS}(y,t)$$

$$\Downarrow$$

$$\widetilde{q}_{NS}(x_i,t_{j+1}) \;=\; \widetilde{q}_{NS}(x_i,t_j) \;+\; \Delta t_j \sum_{k=i}^{N_x} \frac{\Delta x_k}{x_k}\,\widetilde{P}_{NS}\left(\frac{x_i}{x_k}\right)\,\widetilde{q}_{NS}(x_k,t_j) \tag{4.2}$$

となり、ある $Q^2 = Q_0^2$ $(t_0 = 0)$ におけるパートン分布を与えれば、この式を繰り返し用い

ることにより任意の t すなわち任意の Q^2 におけるパートン分布を得ることができる。この数値解法は非常に簡単な方法であるが、より高い計算精度の結果を得ようとするなら、ステップの数 N_x , N_t を非常に大きく取る必要がある。またそのためかなり長い計算時間を要する。計算精度については 4.3 節で詳しく述べる。

ところで、今回扱うパートン再結合の効果が、小さい x 領域に効いてくることや、今後の実験でより小さい x での分布が測定されることが予想されることなどから、現時点では、小さい x 領域に興味がある。よって小さい x 領域で精度良く計算を行うために x をそのまま N_x 個に等分割するのではなく、$\log_{10} x$ を N_x 個に等分割して計算を行った。ただし、この場合には計算する x の最小値を決めなければならない。

4.2 FORTRAN プログラム

前節で述べた数値解法を用いて FORTRAN プログラムを作製した。すでに述べたように DGLAP 方程式は、理論と実験のどちらの研究にも用いられる非常に重要な方程式である。よって、本研究でのみ用いるプログラムとしてではなく、様々な研究者が利用できるように公開することを目的とし、汎用性の高いプログラムを作製した。今回作製したプログラムは以下の様なものである。

プログラム名：	BF1
プログラム言語：	FORTRAN 77
プログラム行数：	2439 行
対象となる方程式：	Doksitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP) 方程式 パートン再結合の効果を含む Q^2 発展方程式
計算可能な分布関数：	$xq_{NS}(x,Q^2)$, $xq_S(x,Q^2)$, $xq_i{}^+(x,Q^2)$, $xg(x,Q^2)$
計算可能な構造関数：	$xF_{NS}(x,Q^2)$, $xF_S(x,Q^2)$, $xF_i^+(x,Q^2)$
数値解法：	brute-force 法
初期分布：	MRS(G), 原子核内パートン分布 [6] (他の初期分布もファイルより読み込みが可能)
計算時間：	約 5 分 (NLO nonsinglet case) 約 60 分 (NLO singlet case) 約 80 分 (NLO singlet with Parton Recombinations case) (AlphaSever 2100 4/200 での計算時間)

なお、構造関数の計算については、2.3 節で述べた構造関数そのものを Q^2 発展させる 1 ステップ形式と、パートン分布を Q^2 発展させて、それから構造関数を計算する 2 ステップ形式の 2 つの形式で計算することができるようにした。しかし、本研究においては初期分

布としてパートン分布が与えられるので、2ステップ形式を用いて計算を行った。パートン分布の初期分布から (2.19), (2.20) 式で構造関数を計算し、それから1ステップ形式で計算することも可能であるが、そのような方法での計算は行っていない。その理由は、1ステップ形式の場合には分岐関数にさらに余分な項が含まれてくるので、計算時間が長くなり、さらに計算精度も落ちるためである。ただし、1ステップ形式と2ステップ形式の2つの方法で計算を行い、計算誤差を除けばそれらの結果が一致することは確認した。

このプログラムを実行するときには、以下の 21 個のパラメータをファイル #10 から入力しなければならない。

(1) IOUT = 1, write x and $xq_{NS}(x)$ [or $xF_{NS}(x)$] at fixed Q^2 (=Q2) in the file #11;
= 2, write Q^2 and $xq_{NS}(Q^2)$ [or $xF_{NS}(Q^2)$] at fixed x (=XX) in the file #11;
= 3, x, $xq_S(x)$ [or $xF_S(x)$], and $xg(x)$;
= 4, Q^2, $xq_S(Q^2)$ [or $xF_S(Q^2)$], and $xg(Q^2)$;
= 5, x, $xq_i^+(x)$ [or $xF_i^+(x)$], $xq_S(x)$ [or $xF_S(x)$], and $xg(x)$;
= 6, Q^2, $xq_i^+(Q^2)$ [or $xF_i^+(Q^2)$], $xq_S(Q^2)$ [or $xF_S(Q^2)$], and $xg(Q^2)$.

(2) INPUT = 1, parton distributions in the nucleon;
= 2, parton distributions in a nucleus.
Note: If MODIFY=2 and INPUT=2 are chosen, parton distributions both in a nucleus and in the nucleon should be supplied.

(3) IREAD = 1, give initial distribution(s) in function subroutine(s);
= 2, read initial distribution(s) from data file(s).

(4) MODIFY = 1, DGLAP Q^2 evolution;
= 2, Q^2 evolution with parton recombinations.

(5) INDIST = 1, do not write initial distribution(s);
= 2, write initial distribution(s) in the file #12;
= 3, write initial distribution(s) in the file #12 without calculating evolution.

(6) IORDER = 1, leading order in α_s;
= 2, next-to-leading order.

(7) ITYPE = 1, structure function $xF_1(x, Q^2)$;
= 2, $F_2(x, Q^2)$;
= 3, $xF_3(x, Q^2)$;
= 4, quark distribution $xq(x, Q^2)$.
ITYPE determines the output distribution type.

(8) ISTEP = 1, one-step evolution: $xq(Q_0^2) \rightarrow xq(Q^2)$ [or $xF(Q_0^2) \rightarrow xF(Q^2)$],
$xg(Q_0^2) \rightarrow xg(Q^2)$;
note: one-step $xF_{1,S}$ evolution is not supplied;
= 2, two-step evolution: $xq(Q_0^2) \rightarrow xq(Q^2) \rightarrow xF(Q^2)$,
$xg(Q_0^2) \rightarrow xg(Q^2)$.

(9) IMORP = 1, $q_i - \bar{q}_i$ type distribution;
= 2, $q_i + \bar{q}_i$ type distribution.

(10) Q02 = initial Q^2 ($\equiv Q_0^2$ in GeV^2) at which an initial distribution is supplied.

(11) Q2 = Q^2 to which the distribution is evolved ($Q^2 \neq Q_0^2$).

(12) DLAM = QCD scale parameter Λ in GeV.

(13) NF = number of quark flavors (NF=3 or 4).

(14) XX = x at which Q^2 dependent distributions are written (IOUT=2, 4, or 6 case).

(15) NX = number of x steps (NX<5000).

(16) NT = number of t steps (NT<5000).

(17) NSTEP = number of x steps or t steps for writing output distribution(s).

(18) NXMIN = log_{10}(minimum of x) [$0 < min(x) = 10^{NXMIN} < XX$].

(19) NA = mass number of a nucleus (NA=1 in the nucleon case).

(20) RFM = R_0=R_1 (fm).

(21) DKHT = K_{HT} in $G_{HT}(x)$.
($G_{HT}(x)$ is a higher dimensional gluon distribution).

また初期分布はプログラムの最後の部分に以下のような関数で与えられている。

QNS0： フレーバー非１重項分布
QS0： フレーバー１重項分布
G0： グルーオン分布
QSA0： 原子核内におけるフレーバー１重項分布
GA0： 原子核内におけるグルーオン分布
QI0： q_i^+ 分布
QIA0： 原子核内における q_i^+ 分布

ここで与えてある MRS(G) などの初期分布ではなく、他の初期分布を用いる場合には、これらの関数を書き換えるか、もしくは Input=2 として、ファイル #13, #14, #15, #16,

#17 から読み込ませればよい。ただし、HMRS-B, Duke-Owens I (valence quark), CCFR (F_3), 原子核内フレーバー非 1 重項分布 [6], Qiu [11] の初期分布はコメント文として与えてある。

このプログラムは、前にも述べたように他の研究者のために公開することを目的として作製された。そこで、インターネットを通じて以下の anonymous FTP や WWW で入手できるようにした。ファイル名は bf1.fort77.gz である。

ftp.cc.saga-u.ac.jp/pub/paper/riko/quantum1/

http://www.cc.saga-u.ac.jp/saga-u/riko/physics/quantum1/structure.html

なお、このプログラムに関するさらに詳しい説明は参考文献 [18] でなされている。

4.3 計算精度

4.1 節で述べたように、この数値解法の計算精度はステップの数 N_x と N_t に依存している。そのために、N_x , N_t と計算精度の関係について調べた。ここでは初期分布として HMRS-B [19] と呼ばれる分布を用いて、Q_0^2 から $Q^2 = 200\ GeV^2$ まで NLO の寄与を入れた方程式で Q^2 発展させた。ただし、フレーバーの数は $N_f = 4$ で x の最小値は $x = 10^{-4}$ とした。HMRS-B は $Q_0^2 = 4.0\ GeV^2$ で、

$$xp(x) = Nx^{\eta_1}(1-x)^{\eta_2}(1+\gamma x) \tag{4.3}$$

のような関数形で与えられており、各々の分布関数についてのパラメータは下表に示した。ただし、$\Lambda = 0.19\ GeV$ である。この分布による q_{NS}, q_S, g の初期分布を図 4.1 に示す。

表 4.1: HMRS-B のパラメータ

	N	η_1	η_2	γ
$x(u_v + d_v)$	0.5469	0.237	4.07	23.8
xd_v	0.6957	0.426	4.82	6.32
$2x(\bar{u} + \bar{d} + \bar{s})$	5.25	0.401	9.75	0.0
xg	2.855	0.0	5.1	0.0

まずはフレーバー非 1 重項分布の場合での N_t 依存性について調べた。すなわち、N_x を $N_x = 1000$ で固定して N_t を $N_t = 10, 20, 50, 500$ として計算した。結果は図 4.2a である。この図より、N_t を変えてもほとんど分布は変化していないことがわかる。$N_t = 500$ の分布に対する $N_t = 10, 20, 50$ の分布の誤差は $10^{-4} < x < 0.5$ の範囲ではそれぞれ 1%, 0.6%,

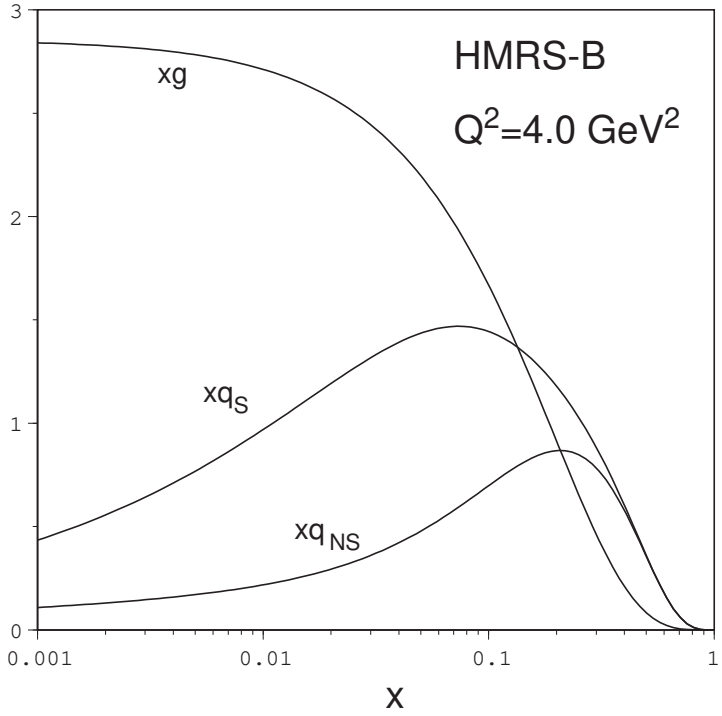

図 4.1: 初期分布 HMRS-B

0.2% 以内であり、$x = 0.8$ では $4\%, 2\%, 0.8\%$ である。次に N_x 依存性についても同様に N_t を $N_t = 50$ で固定して、N_x を $N_x = 100, 300, 1000, 4000$ として計算し、それぞれ、点線、一点破線、破線、実線で図 4.2b に示した。$N_x = 4000$ の分布に対する $N_x = 100, 300, 1000$ の分布の誤差は、$10^{-4} < x < 0.5$ の範囲でそれぞれ $9\%, 3\%, 0.7\%$ 以内で、さらに $x = 0.8$ では $24\%, 8\%, 2\%$ である。これらの結果よりフレーバー非 1 重項分布の場合には $N_t \geq 50$ および $N_x \geq 1000$ とすれば、$10^{-4} < x < 0.5$ で 1% 以内の計算精度を得ることができる。

続いてフレーバー 1 重項分布の場合も同様に調べた。まず N_x を $N_x = 1000$ で固定し、$N_t = 20, 50, 200, 1000$ として計算した。結果は図 4.3a であり、それぞれの N_t に対して点線、一点破線、破線、実線で示した。$N_t = 1000$ の分布に対する $N_t = 20, 50, 200$ の分布の誤差は $10^{-4} < x < 0.9$ の範囲でそれぞれ $5\%, 3\%, 0.4\%$ である。そして N_x については N_t を $N_t = 200$ で固定し、$N_x = 100, 300, 1000, 4000$ として計算した。結果は図 4.3b に示す。この場合の $N_x = 4000$ の分布に対する $N_x = 100, 300, 1000$ の分布の誤差は $10^{-4} < x < 0.5$ の範囲でそれぞれ $8\%, 3\%, 0.7\%$ 以内であり $x = 0.8$ で $24\%, 8\%, 2\%$ である。

最後にグルーオン分布について調べた。まず N_x を $N_x = 1000$ で固定し、$N_t = 20, 50, 200, 1000$ として計算して、図 4.4a にそれぞれ点線、一点破線、破線、実線で示した。$N_t = 1000$ の分布に対する $N_t = 20, 50, 200$ の分布の誤差は $10^{-4} < x < 0.6$ の範囲でそれぞれ $5\%, 2\%, 0.4\%$ 以内である。そして N_t を $N_t = 200$ で固定し N_x を $N_x = 100, 300, 1000, 4000$ として計算したものを図 4.4b にそれぞれ点線、一点破線、破線、実線で示した。この場合の $N_x = 4000$ の分布に対する $N_x = 100, 300, 1000$ の分布の誤差は $10^{-4} < x < 0.6$ の範囲でそれぞれ $25\%, 8\%, 2\%$ 以内である。特に $N_x = 1000$ の場合には $10^{-4} < x < 0.2$ の範囲に限れば 1% 以内である。フレーバー 1 重項分布とグルーオン分布の結果をみると、$N_t \geq 200$, $N_x \geq 1000$ とすれば $10^{-4} < x < 0.5$ の範囲で 1% 以内、$0.5 < x < 0.8$ の範囲では 2% 以内のフレーバー 1 重項分布と、$10^{-4} < x < 0.2$ の範囲で 1% 以内、$0.2 < x < 0.6$ の範囲では 2% 以内の計算精度でグルーオン分布を得ることができる。

以上のような計算精度の確認を、パートン再結合の効果を含む Q^2 発展方程式についても行い、ほぼ同様の結果を得た。さらに LO の方程式に関しては、さらに少ない N_t, N_x でも同等の計算精度を得ることができた。ところで、どの分布においても t 方向のステップの数 N_t は、x 方向のステップの数 N_x に比べて少ない数でよいことがわかる。これはもともと Bjorken スケーリングが近似的に成り立っており、Q^2 依存性すなわち t 依存性はあくまでもそれからのわずかなずれであるということから理解できる。また x が大きい領域においては計算精度がやや低くなっている。これは、分布自体の値が非常に小さくなっていることや、$\log_{10} x$ で等分割しているために大きい x での計算点が少なくなっていることによる。この点は x 方向の分割を $\log_{10} x$ ではなくて x で等分割していけば、ある程度解決されるであろう。しかし前に述べたように現段階ではむしろ小さい x 領域におけるパートン分布のふるまいに興味があるので、この点についてはこれ以上言及しない。

DGLAP 方程式、特に NLO の寄与を含むものの分岐関数は非常に複雑な式になっている。さらに様々な分布を計算できるようにしたのでプログラムはかなり複雑なものになった。よってプログラムに間違いがないかを調べるために他の研究との比較を行った。まずはじめに HMRS [19] による Q^2 依存性の結果との比較を行い、その結果 $x > 0.01$ の範囲で 2% 以内で一致することがわかった。また、CTEQ [20] の Q^2 依存性の結果との比較でも数 $\%$ 以内で一致した。さらに Laguerre 多項式を用いた方法による Q^2 発展の結果との比較では 1% 以内で一致した。これらの結果より、プログラムに間違いはないと考えられる。

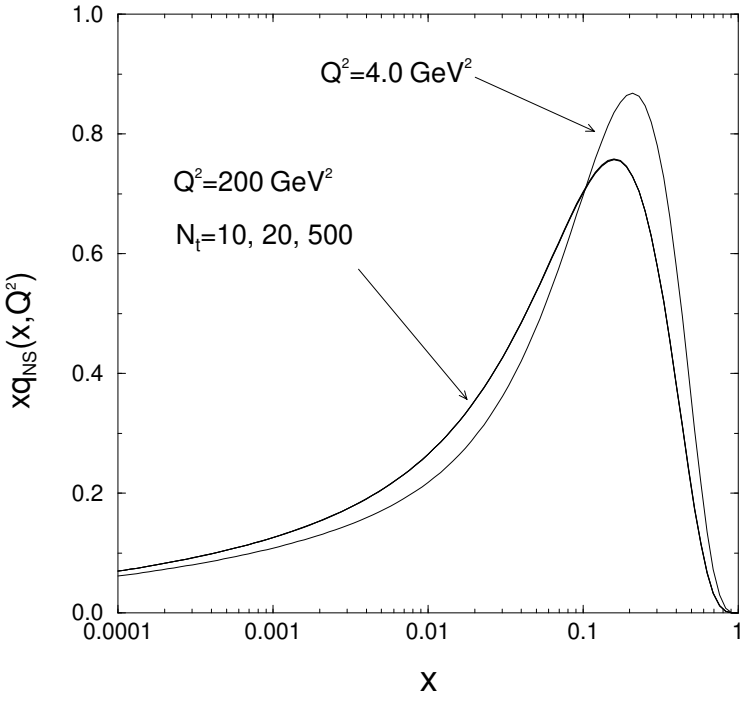

図 4.2a: N_t と計算精度の関係 (nonsinglet)

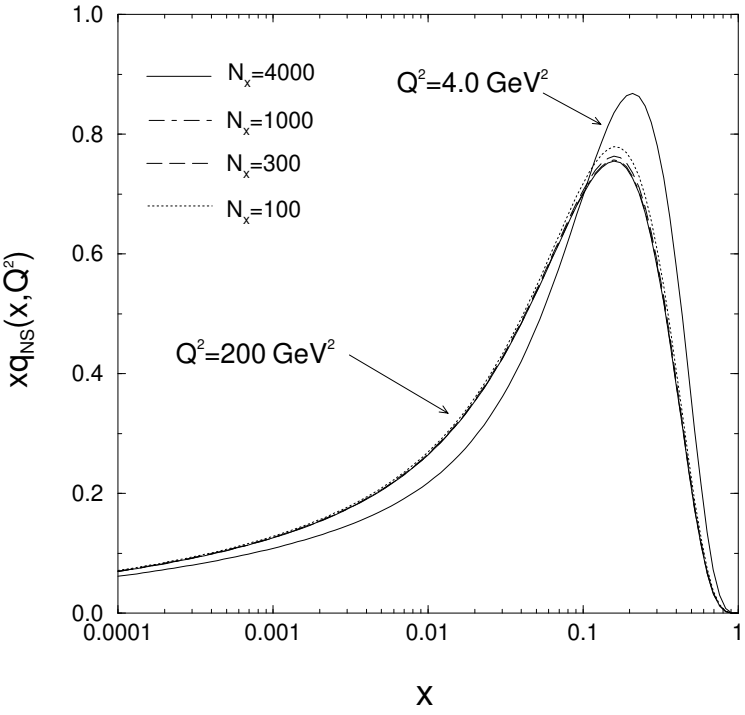

図 4.2b: N_x と計算精度の関係 (nonsinglet)

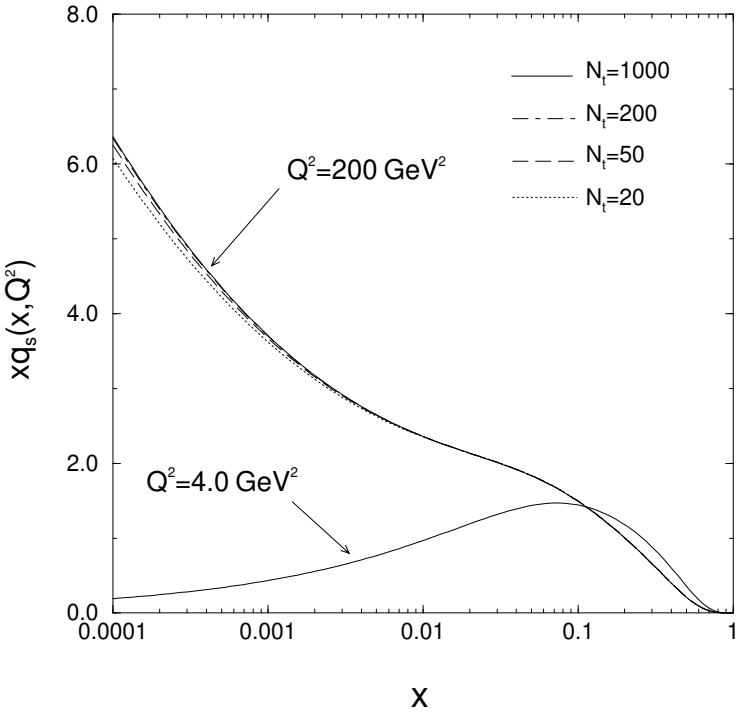

図 4.3a: N_t と計算精度の関係 (singlet)

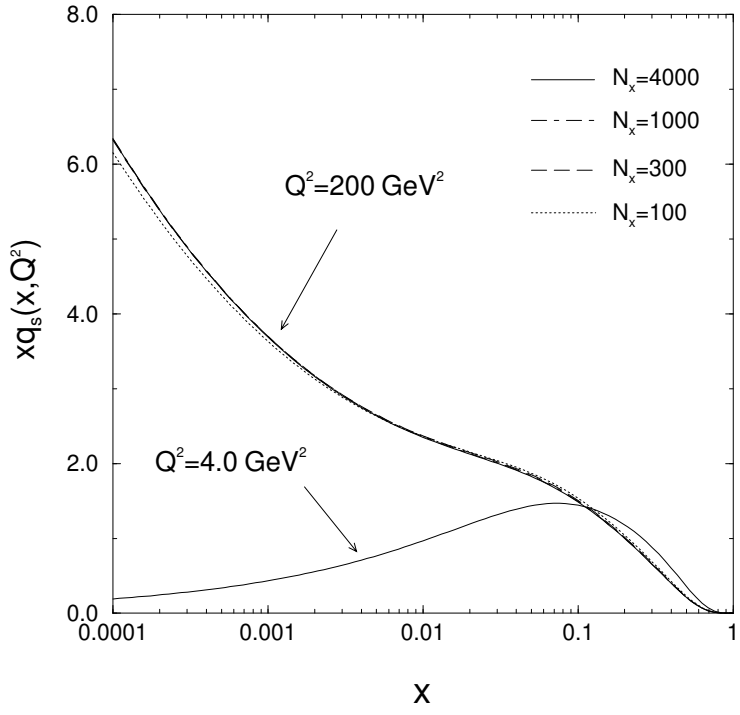

図 4.3b: N_x と計算精度の関係 (singlet)

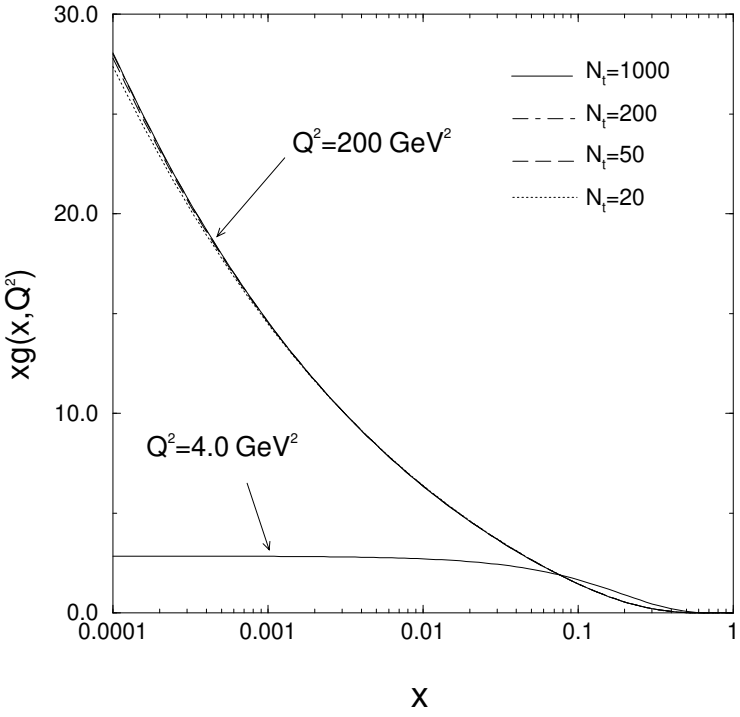

図 4.4a: N_t と計算精度の関係 (gluon)

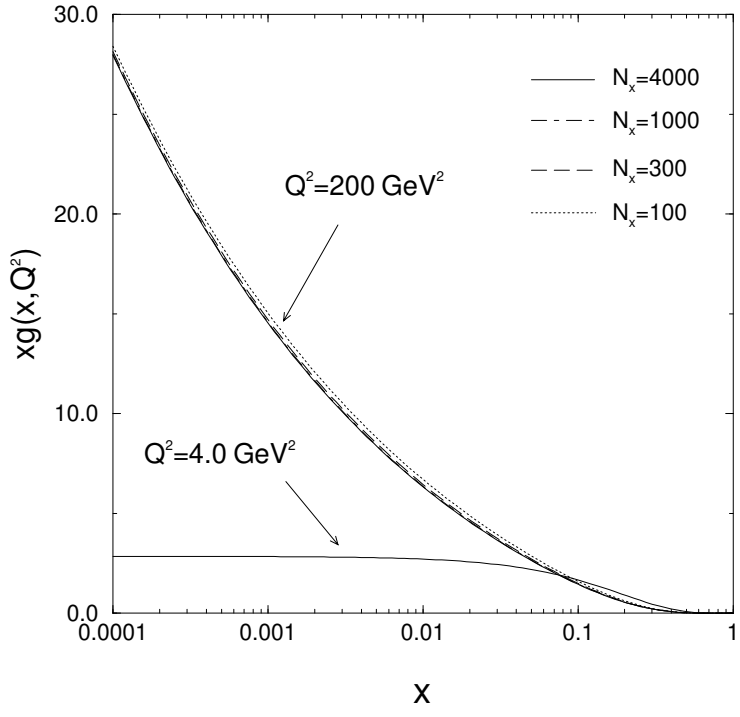

図 4.4b: N_x と計算精度の関係 (gluon)

5　計算結果と考察

前章で述べた brute-force 法による FORTRAN プログラムを用いて計算を行い、様々な実験結果との比較を行った。

5.1 核子構造関数

まずは核子構造関数の Q^2 依存性について最近の実験との比較を行った。ここでは初期分布として、MRS(G) [21] と呼ばれるものを用いた。この分布は $Q_0^2 = 4.0\ GeV^2$ で、

$$xp(x) = a_1 x^{a_2}(1 + a_3\sqrt{x} + a_4 x)(1-x)^{a_5} \tag{5.1}$$

という関数形で与えられており、それぞれのパラメータは下表の通りである。また $\Lambda = 0.255\ GeV$ である。

表 5.1: MRS(G) のパラメータ

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
$xu_v + xd_v$	2.704	0.593	−0.76	4.20	3.96
xd_v	0.2513	0.335	8.63	0.32	4.41
xS	1.74	−0.067	−3.45	10.3	10.1
xg	1.51	−0.301	−4.14	10.1	6.06

ただし、S は海クォークの分布関数であり、$S = 2(\bar{u} + \bar{d} + \bar{s} + \bar{c})$ である。この初期分布は、すでに 3.2 節で図 3.3 に示した。

まず最初に構造関数 F_3 の Q^2 依存性について調べた。この構造関数 F_3 はミューオンや電子を用いた深非弾性散乱においてはでてこないが、ニュートリノを用いた弱い相互作用が関係する反応において、パリティが破れることに起因して現れてくる。F_3 は、

$$xF_3^{\nu \mathrm{N}}(x) = [xu_v + xd_v] + 2[x\bar{s}(x) - x\bar{c}(x)] \tag{5.2a}$$

$$xF_3^{\bar{\nu} \mathrm{N}}(x) = [xu_v + xd_v] - 2[x\bar{s}(x) - x\bar{c}(x)] \tag{5.2b}$$

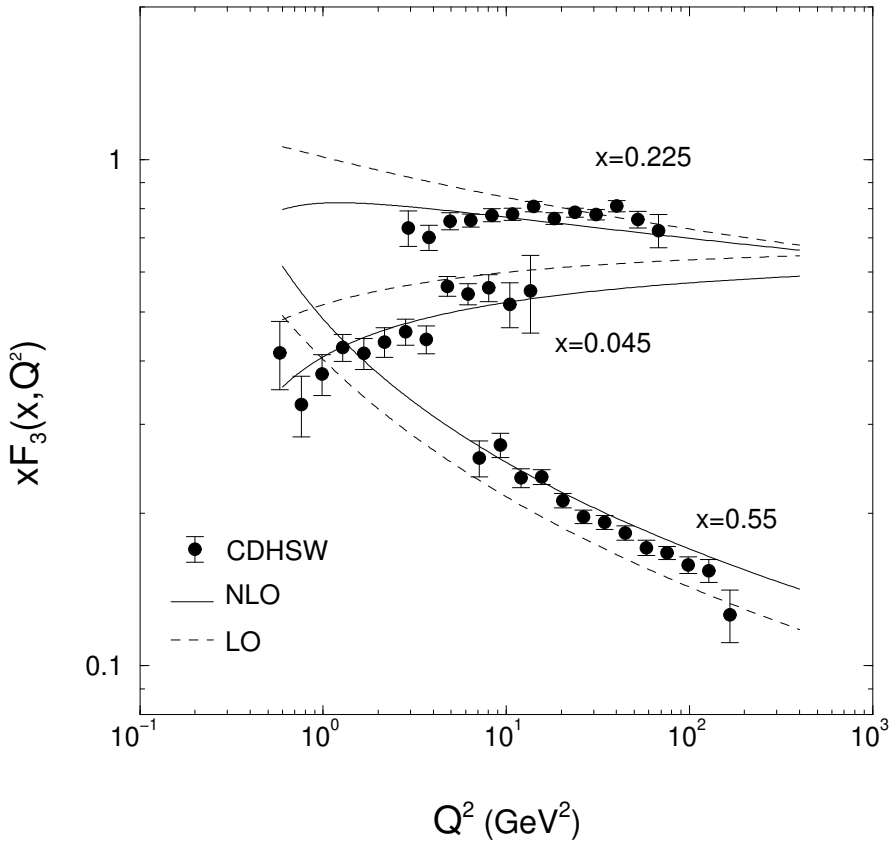

図 5.1: 構造関数 F_3 の CDHSW の実験結果との比較

と表され、これらの平均は価クォーク分布 $[xu_v + xd_v]$ で与えられる。ただし、NLO の寄与を入れる場合には 2.3 節で述べたように、それぞれのパートン分布を構造関数になおしてから F_3 を計算しなければならない。

そこで初期分布は MRS(G) の価クォーク分布 $[xu_v+xd_v]$ を用いた。そして $Q_0^2 = 4.0\,GeV^2$ から $Q^2 = 200\ GeV^2$ および逆に $Q^2 = 0.6\ GeV^2$ まで、$x = 0.225,\ 0.045,\ 0.55$ の 3 点での Q^2 依存性を LO の方程式と NLO の寄与を入れた方程式 (以後単に NLO) で計算を行った。ただし、フレーバーの数を $N_f = 4$ とし、さらに $N_t = 50$, $N_x = 1000$ とした。その結果と CDHSW の実験結果 [22] を図 5.1 に示した。実線が NLO の寄与を入れた結果で破線が LO のみの結果である。$Q_0^2 = 4.0\ GeV^2$ においてすでに LO と NLO の結果が異なっているが、これは、前に述べたようにパートン分布から構造関数にするときの係数関数にも NLO の寄与が入ってきているためである。この結果によれば、NLO の寄与を入れた結果は実験値をよく再現していることがわかる。また NLO の寄与は小さい x と Q^2 で大きく効いている。

続いて構造関数 F_2 の Q^2 依存性について調べた。陽子の構造関数 F_2^p は、LO で $N_f = 4$ の場合には、

$$F_2^p = \frac{4}{9}(\widetilde{u}^{\,+} + \widetilde{c}^{\,+}) + \frac{1}{9}(\widetilde{d}^{\,+} + \widetilde{s}^{\,+}) \tag{5.3}$$

で表される。しかし、実際にはすべてのフレーバーについて ${q_i}^+$ を求める必要はなく、${q_i}^+$ の計算に必要な $q_S = u^+ + d^+ + s^+ + c^+$ を用いて、

$$F_2^p = \frac{4}{9}\,\widetilde{q}_S - \frac{1}{3}\,(\widetilde{d}^{\,+} + \widetilde{s}^{\,+}) \tag{5.4a}$$

$$or \quad F_2^p = \frac{1}{9}\,\widetilde{q}_S + \frac{1}{3}\,(\widetilde{u}^{\,+} + \widetilde{c}^{\,+}) \tag{5.4b}$$

のように 2 つの ${q_i}^+$ だけを計算することにより F_2^p を求めることができる。ここでは (5.4b) を採用した。ただし F_3 の場合と同様に、 NLO の場合にはパートン分布を、

$${q_i}^+ \quad \rightarrow \quad F_{2,{q_i}^+}$$

のように (2.20) 式を用いて構造関数になおしてから、

$$F_2^p = \frac{1}{9}F_{2,S} + \frac{1}{3}(F_{2,u^+} + F_{2,c^+}) \tag{5.5}$$

として F_2^p を計算しなければならない。

ここで計算したのは、$x = 0.0013,\, 0.013,\, 0.13,\, 0.45$ の 4 点での Q^2 依存性であり、それぞれ LO, NLO, パートン再結合の効果を含むもの (Parton Recombination, 以後 PR) の 3 つの方程式でそれぞれの Q^2 依存性の計算を行った。ただし、$N_t = 200$, $N_x = 1000$ とした。参考文献 [11] では NLO の寄与が含まれていない DGLAP 方程式にパートン再結合の効果を入れている。しかしながら、3.2 節において簡単に述べたように、パートン再結合の効果は NLO と同じ α_s のオーダーで入ってきており、その効果の大きさを見ても NLO の寄与と同程度か、もしくは NLO の寄与の方が大きくなっている。よって、PR には NLO の寄与も同時に含める必要があり、以後 PR という場合には NLO の寄与も含めて計算している。そして、このようにして計算した結果を SLAC [23, 24] ($x = 0.14,\, 0.45$), BCDMS [25] ($x = 0.14,\, 0.45$), EMC [26, 24] ($x = 0.125,\, 0.45$), NMC [27] ($x = 0.0125,$

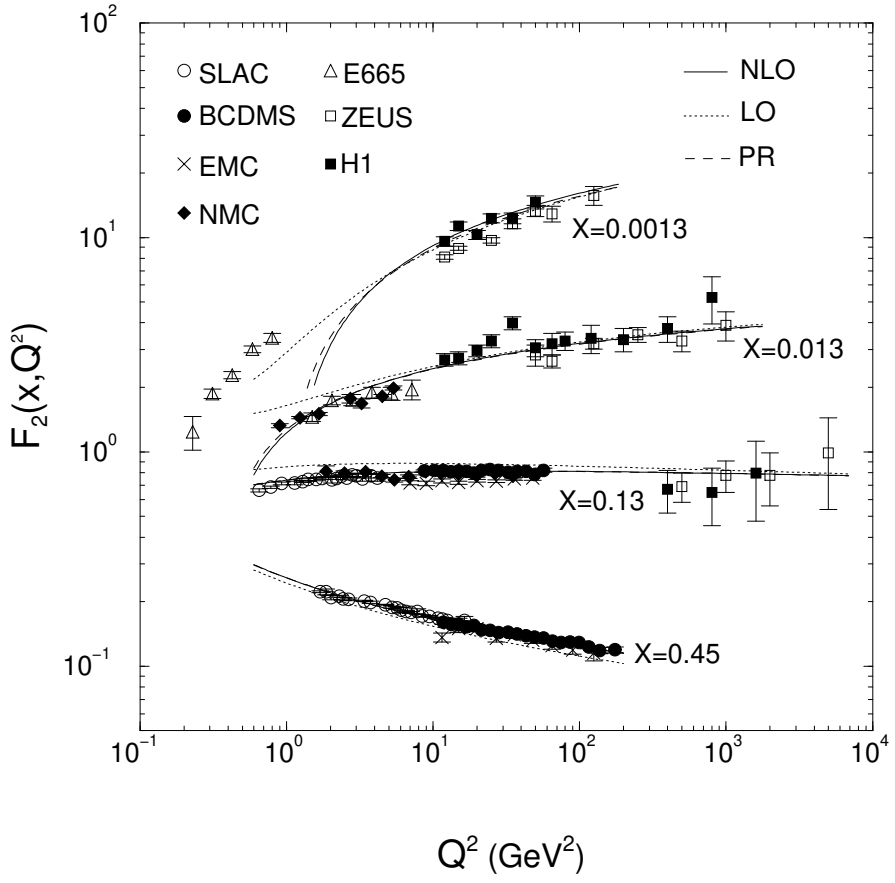

図 5.2: 構造関数 F_2 の実験結果との比較

0.14), Fermilab-E665 [28] ($x = 0.0012, 0.012$), ZEUS [29] ($x = 0.016, 0.014, 0.11$), H1 [30] ($x = 0.013, 0.013, 0.13$) の実験結果と比較した。それが図 5.2 である。この図によれば Fermilab-E665 の結果を除いて NLO の結果は実験値を非常に良く再現していることがわかる。この Fermilab-E665 とのずれは、このような非常に小さい Q^2 の領域では摂動論的 QCD が適用できないからであると考えられ、そこでは非摂動論的な方法を用いなければならない。

ところで現在世界最高エネルギーの電子 ·陽子加速器である HERA (Hadron Electron Ring Accelerator) で得られたデータ (ZEUS および H1 のデータ) は、今まで測られていなかった非常に小さい x 領域に及んでいる。このような x 領域はパートン再結合の寄与が大きく効いてくると考えられる領域なので、このような効果を検出できるのではないかと思われる。しかしながら、パートン再結合の効果は 3.2 節で述べたように $A^{1/3}$ に比例するので、核子内のパートン再結合の効果は大きな原子核のそれに比べて非常に小さい。よって図 5.2 を見ても明らかなように現時点での実験精度では、このような効果を見出すに至っていない。

5.2 原子核構造関数

次に原子核構造関数の Q^2 依存性について調べた。まずプログラムの確認のために、初期分布として参考文献 [11] で採用されているものを用いて計算を行った。その結果、作製したプログラムが参考文献 [11] で与えられている結果を確かに再現することを確認した。ところでこの初期分布は、小さい x 領域においてパートン再結合の効果を、ごく簡単に含めることによって得られる分布である。よって、この分布は shadowing の領域のみを考えた x 分布であり、中間 x 領域や $x = 1$ 付近でのふるまいなどは再現されていない。そこで、原子核内のパートン分布の x 依存性については参考文献 [6] に詳しい研究がなされているので、そちらの初期分布を用いて $^{40}\mathrm{Ca}$ の原子核の構造関数について調べた。この初期分布はパートン再結合と Q^2 リスケーリングという 2 つの模型を組み合わせて計算されたもので、小さい x 領域から大きい x 領域にわたって 実験データを再現する。パートン再結合については第 3 章で説明した。Q^2 リスケーリング模型とは、原子核内においては核子が近接し、時には重なりあうことから、閉じ込めのサイズが自由な核子に比べて大きくなり、

$$F_2^A(x, Q^2) = F_2^N(x,\ \xi_A Q^2) \tag{5.6}$$

のように原子核構造関数と核子構造関数の Q^2 にずれが生じると考える模型である。この模型については参考文献 [9, 31] に詳しく述べられている。この初期分布は $Q^2 = 0.8\ GeV^2$ で、

$$xp = Ax^{\eta_1}(1 - \beta x)^{\eta_2}(1 + \gamma x) \tag{5.7}$$

の関数形で与えられている。ただし、この初期分布には、KMRS-B0 [33] と MRS-1 [34] の分布をもとに計算された 2 種類のものがある。ここでは KMRS-B0 をもとにして計算された、核子と $^{40}\mathrm{Ca}$ の初期分布を用いた。その分布の各々のパラメータは表 5.2 に示す。ただし $S = 2(\bar{u} + \bar{d} + \bar{s})$, $q_v = u_v + d_v$ であり、さらに $\Lambda = 0.2\ GeV$ である。また、次節で用いるために MRS-1 をもとに計算された核子, $^{118}\mathrm{Sn}$, $^{12}\mathrm{C}$ についてのパラメータも示した。

この分布を用いて $x = 0.0085, 0.035, 0.125, 0.45$ の 4 点での $^{40}\mathrm{Ca}$ の構造関数の Q^2 依存性を LO, NLO, PR の 3 つの方程式で計算を行い、NMC の実験結果 [32] と比較した。ただしフレーバー数は $N_f = 3$ で、$N_t = 200$, $N_x = 1000$ とした。その結果を図 5.3a ∼ 5.3d に示す。ただしここで示したのは $^{40}\mathrm{Ca}$ の構造関数そのものではなく、重陽子の構造

表 5.2: 原子核内パートン分布のパラメータ

		Nucleon	^{40}Ca	Nucleon	^{12}C	^{118}Sn
INPUT		KMRS-B0	KMRS-B0	MRS-1	MRS-1	MRS-1
xq_v	A	1.967	1.840	2.712	2.628	2.427
	η_1	0.501	0.472	0.508	0.495	0.477
	η_2	3.89	4.06	3.36	3.61	3.86
	γ	9.27	9.33	2.89	3.07	3.61
	β	1.0	0.984	1.0	0.974	0.944
xd_v	A	2.079	1.773	2.678	2.331	1.977
	η_1	0.705	0.656	0.741	0.700	0.662
	η_2	4.77	5.23	4.55	5.36	6.15
	γ	2.39	3.01	0.477	1.26	2.38
	β	1.0	0.956	1.0	0.936	0.875
xS	A	2.058	6.423	0.7604	0.6571	2.050
	η_1	0.294	0.600	0.0683	0.0437	0.394
	η_2	11.2	8.13	4.13	5.62	4.69
	γ	7.95	-0.568	-0.591	3.11	-0.642
	β	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
xg	A	16.11	179.2	16.21	81.14	531.7
	η_1	0.839	1.95	0.786	1.53	2.44
	η_2	5.29	7.32	5.06	6.35	8.02
	γ	-0.597	-0.619	-0.598	-0.620	-0.625
	β	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

関数との比 F_2^{Ca}/F_2^D の Q^2 依存性である。これらの図よりパートン再結合の効果は確かにより小さい x において大きく効いてくることがわかる。また、3.2 節の (3.3) $\sim$ (3.5) 式や (3.9) $\sim$ (3.11) 式によれば、この効果は $1/Q^2$ の因子を持つ高次ツイストと呼ばれるものであり、よって小さい Q^2 で大きく効いてくると考えられる。さらにパートン再結合は通常の DGLAP 方程式で考えている過程とは反対の過程を考えているため、その補正項の符号は負である。図 5.3a をみると、確かに小さい Q^2 において他の方程式による結果と比べて傾きが小さくなっていることがわかる。しかしながら現時点で得られている実験データは非常に狭い Q^2 の範囲に限られており、なおかつ実験精度もこのような効果を検出するほどには良くない。よって PR の結果と NLO の結果のどちらがより良く実験データを再現しているか、といったことはここでは議論できない。F_2 のこの点に関しては今後の HERA の実験に、また海クォーク・グルーオン分布の詳細 [7] については RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) での実験に期待したい。

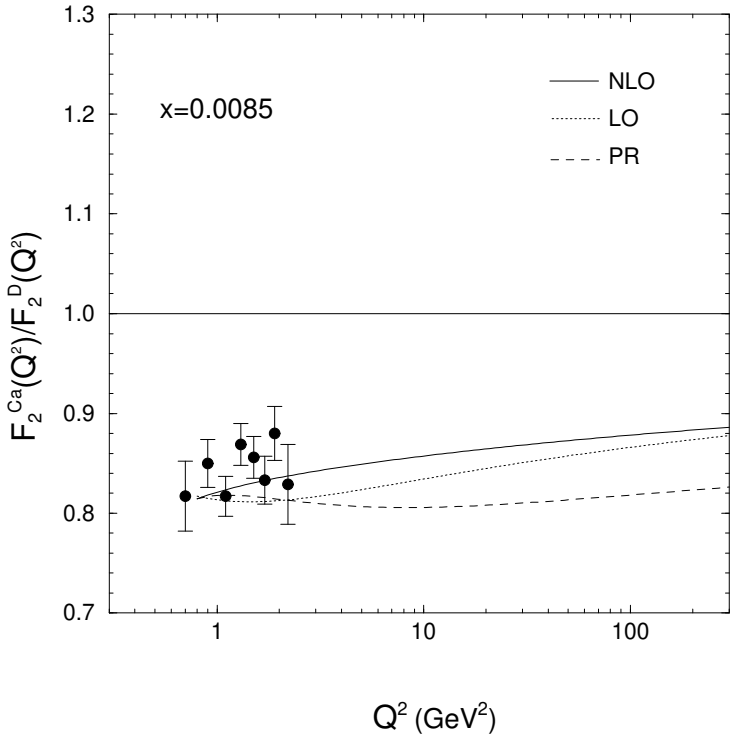

図 5.3a: 原子核構造関数の Q^2 依存性 $(\mathrm{x}{=}0.0085)$

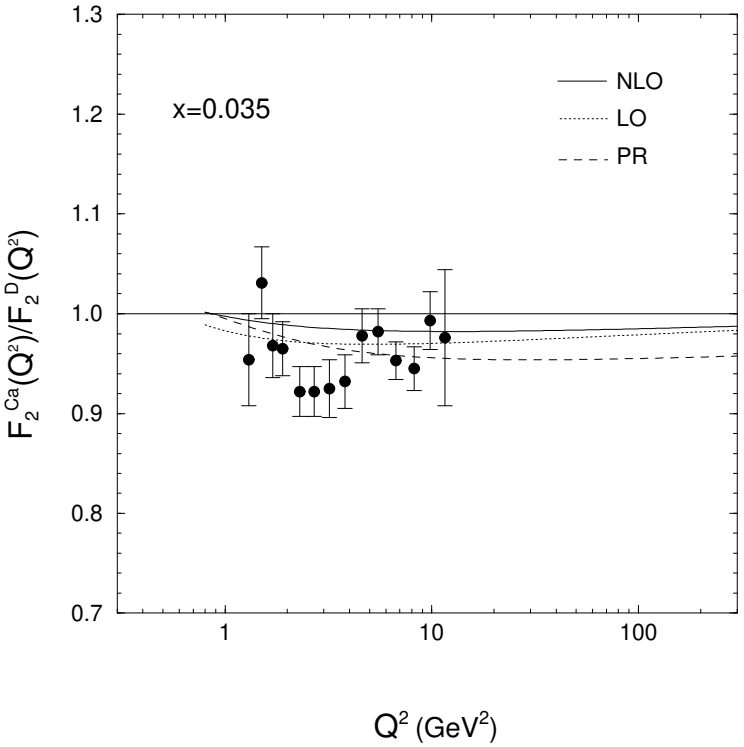

図 5.3b: 原子核構造関数の Q^2 依存性 $(\mathrm{x}{=}0.035)$

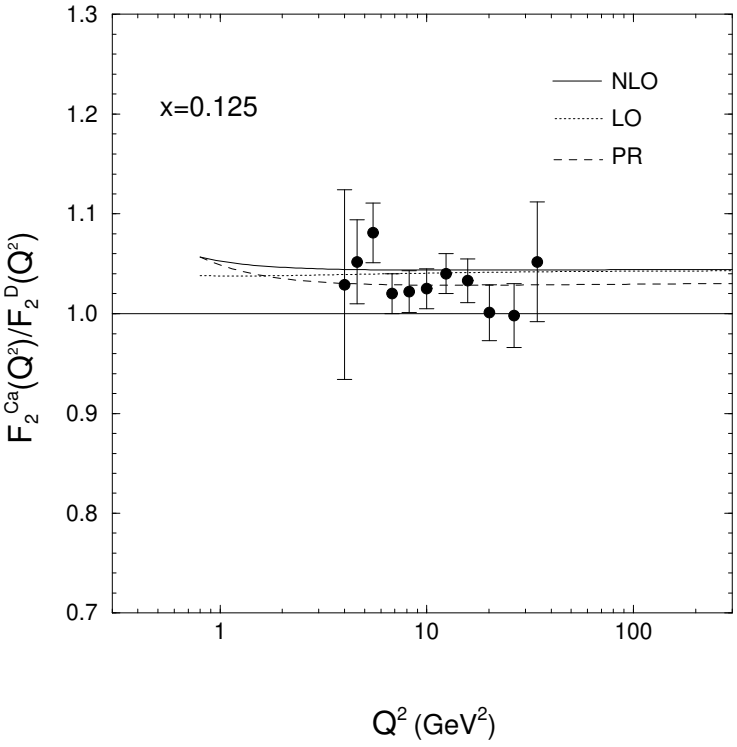

図 5.3c: 原子核構造関数の Q^2 依存性 $(\mathrm{x}{=}0.125)$

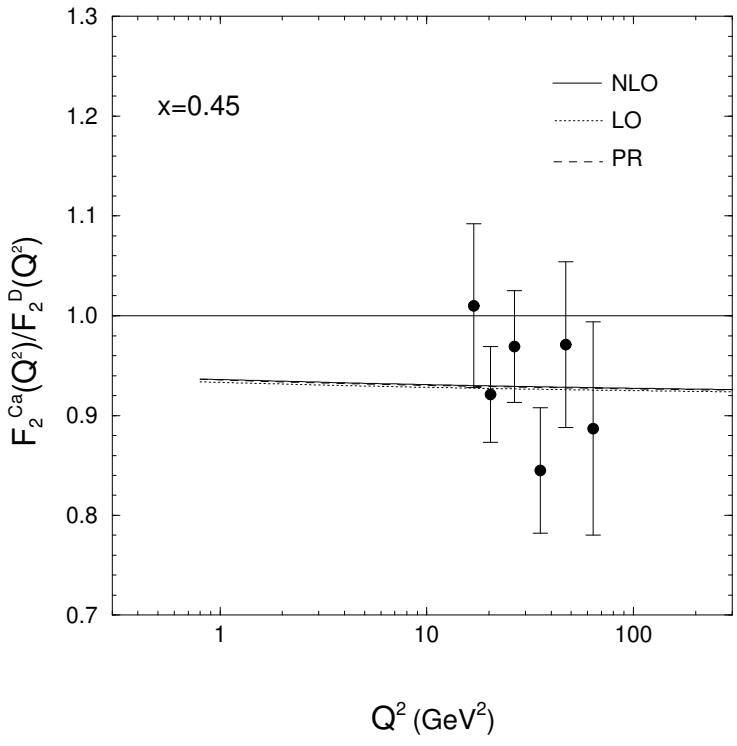

図 5.3d: 原子核構造関数の Q^2 依存性 $(\mathrm{x}{=}0.45)$

5.3 Q^2 発展における原子核依存性 $\partial[F_2^{Sn}/F_2^C]/\partial \ln Q^2$

最近 NMC により ^{118}Sn と ^{12}C の構造関数の比 $R_2^{Sn,C} \equiv F_2^{Sn}(x,Q^2)/F_2^C(x,Q^2)$ の Q^2 依存性について詳しい実験データが得られ、$\partial R_2^{Sn,C}(x,Q^2)/\partial \ln Q^2 \neq 0$ という結果が示された [12]。この結果は原子核の効果に Q^2 依存性があることを示す非常に興味深い結果である。そこで、今回作製した FORTRAN プログラムを応用してその計算を行い、実験結果との比較を行った [35]。初期分布は前節と同じ参考文献 [6] による ^{118}Sn と ^{12}C のものを用いた。それぞれのパートン分布の関数形およびパラメータはすでに前節で示した。Q_0^2 と Λ の値も前節同様 $Q_0^2 = 0.8\ GeV^2$, $\Lambda = 0.2\ GeV$ である。^{118}Sn の分布についてはパラメータが与えられていなかったので、参考文献 [6] で使用されたプログラムにより新たにパラメータを計算してそれを使用した。

ところで、この $\partial R_2^{Sn,C}(x,Q^2)/\partial \ln Q^2$ の計算の方法であるが、まず、 ^{118}Sn および ^{12}C の、計算を行う $Q^2 = Q_1^2$ での構造関数と、それより微小量 δQ^2 だけ小さい Q^2 での構造関数の計算を今回作製した FORTRAN プログラムで行う。それより、brute-force 法の要領で、

$$\left.\frac{\partial R_2^{Sn,C}(x,Q^2)}{\partial \ln Q^2}\right|_{Q^2=Q_1^2} \approx \frac{R_2^{Sn,C}(x,Q_1^2) - R_2^{Sn,C}(x,Q_1^2-\delta Q^2)}{[\ln Q_1^2 - \ln(Q_1^2-\delta Q^2)]} \tag{5.8}$$

として得ることができる。本研究で作製したプログラムは t を N_t 個のステップに分割して計算を行っているので、$Q^2 = Q_1^2$ でのパートン分布とともにその 1 ステップ前でのパートン分布を出力するようにし、そのパートン分布を用いて計算した構造関数を $Q^2 = Q_1^2 - \delta Q^2$ でのものとした。

まず、$Q_1^2 = 5.0\ GeV^2$ として、LO, NLO, PR の 3 つの発展方程式で計算を行った。結果を図 5.4 に示す。ここで点線、実線、破線はそれぞれ LO, NLO, PR で計算したものであり、実験データは NMC のものである [12]。この結果を見ると、おおよそのふるまいとしては実験値と一致していることがわかる。興味深いことに PR で計算した場合には実験値と異なった結果が得られた。しかしこの結果はパートン再結合の効果が正しくないということを意味するものではない。パートン再結合の効果に含まれてくる高次グルーオン分布の初期値として (3.8) 式のように仮定したが、この K_{HT} は現段階ではどの程度の大きさであるかはよくわからないため、参考文献 [11] により $K_{HT} = 1.68$ と仮定している。よって今後このようなパラメータに関するくわしい研究をしていく必要がある。また、初期分布が $Q_0^2 = 0.8\ GeV^2$ とやや小さい Q^2 で与えられていることも原因と考えられる。前節でも述べたが、パートン再結合の効果は高次ツイストと呼ばれる効果であり、小さい Q^2 領

域で大きく効いてくる。

ところで、NMC の実験データは Q_1^2 の値が一定ではなく、$x = 0.01$ 付近では 数 GeV^2 で、$x = 0.1$ 付近では $10 \sim 20\ GeV^2$ 程度である。そのため、NLO で Q_1^2 を $Q_1^2 = 2.0, 5.0, 20.0\ GeV^2$ と変えて計算をしてみた。その結果を図 5.5 に示す。この結果を見ると $x = 0.01$ 付近では $Q^2 = 2.0\ GeV^2$ の計算結果と、$x = 0.1$ 付近では $Q^2 = 20.0\ GeV^2$ の結果とよりよく一致していることがわかる。しかし、それでもまだそれらの x 領域でやや小さくでている。

これらの解析の結果より分かることは、$\partial R_2^{Sn,C}(x, Q^2)/\partial \ln Q^2 \neq 0$ という結果はパートン再結合や Q^2 リスケーリングといったパートン模型の枠内で説明することができ、また NLO での計算結果がかなり良く実験値を再現することから、これにはパートン再結合による Q^2 発展効果よりも、初期分布における原子核の効果の x 依存性が大きく効いていることがわかる。ところで図 5.5 により、全体として実験値よりも若干小さい値がでていることを示したが、Q_0^2 におけるパートン分布の x 依存性に結果がどの程度依存しているのか、その傾向について調べてみた。具体的には、まず他の分布はそのままで海クォークの初期分布を運動量保存則を破らないようにしながら shadowing を大きくとって計算し直し、その分布を初期分布として計算を行った。すると $x \approx 0.03$ 付近でより実験値に一致する結果が得られた。続いてグルーオンについても同様のことを行うと、結果は逆に実験結果とのずれが大きくなった。変化の大きさとしては海クォークの分布の変化に対してより敏感であることがわかった。これらのことから、この現象の理解には、初期分布としての原子核内パートン分布、特に海クォーク分布のさらに精密な研究が重要であると考えられる。

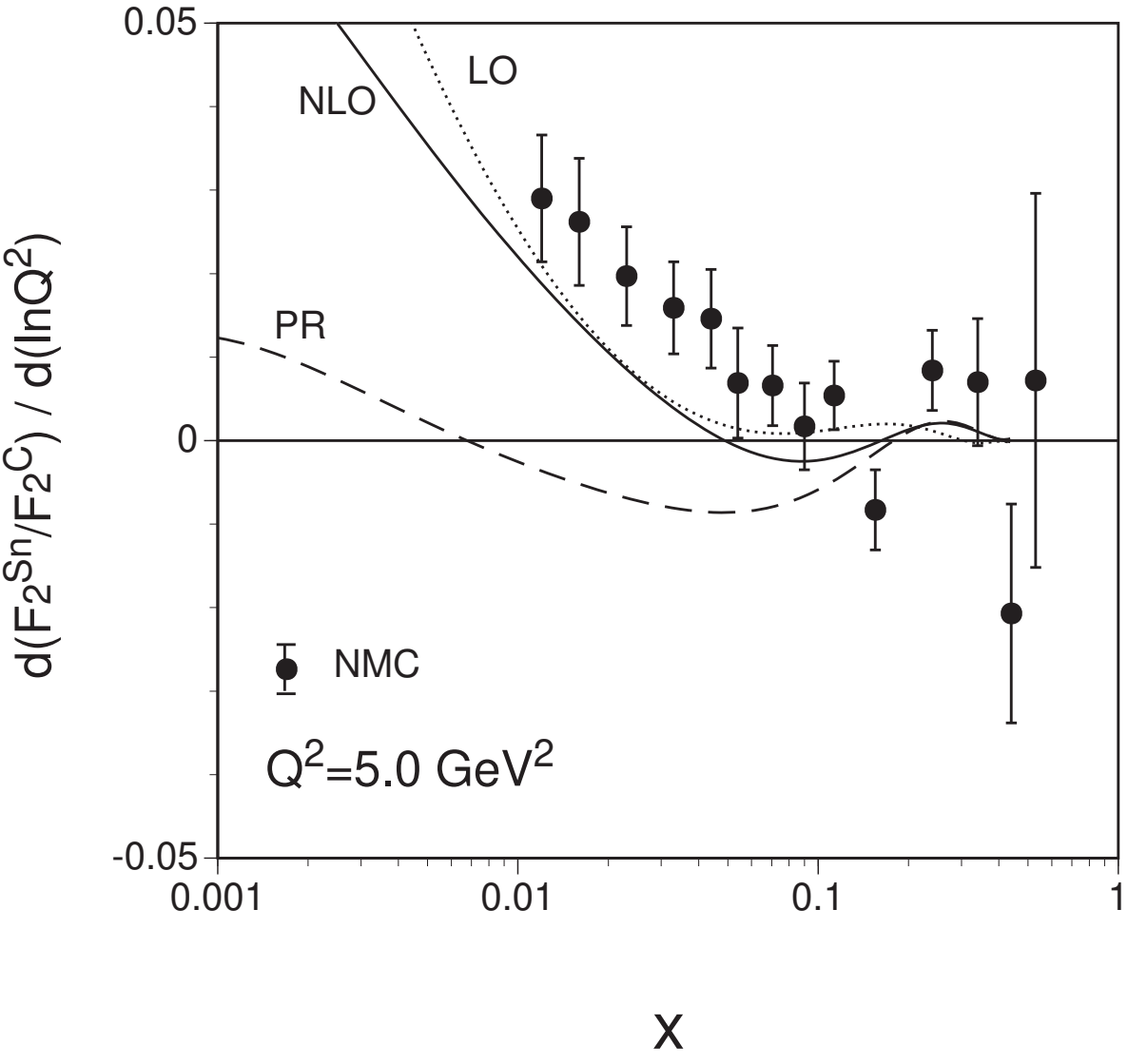

図 5.4: $\partial R_2^{Sn,C}(x,Q^2)/\partial \ln Q^2$ (LO, NLO, PR)

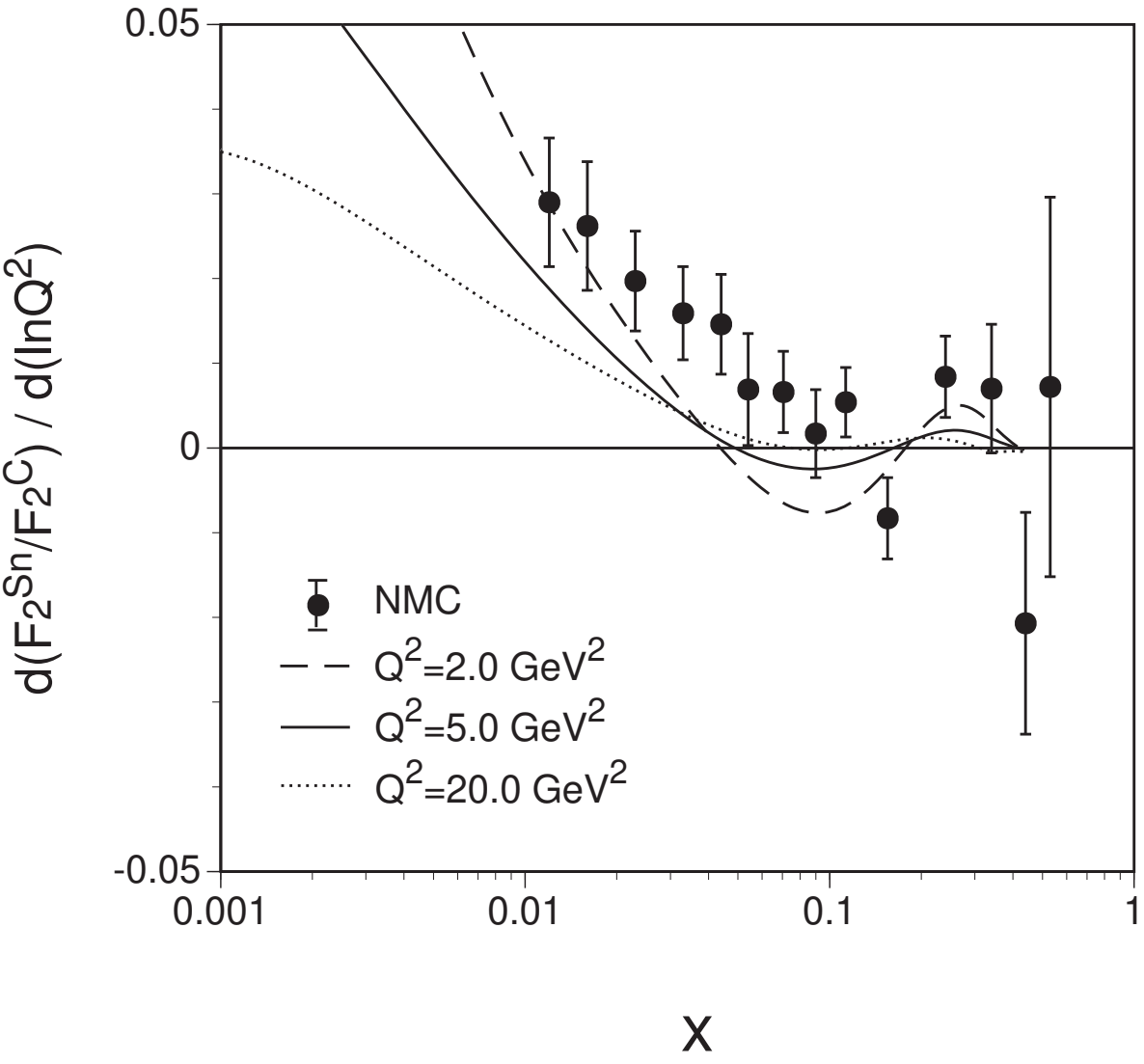

図 5.5: $\partial R_2^{Sn,C}(x,Q^2)/\partial \ln Q^2 \quad (Q^2 = 2.0,\ 5.0,\ 20.0\ GeV^2)$

6 結論

核子および原子核構造関数の Q^2 依存性について 2 種類の Q^2 発展方程式の数値解の研究を行った。一つは通常用いられる DGLAP 方程式であり、もう一つは DGLAP 方程式にパートン再結合の効果を入れたものである。その際 t および x を N_t, N_x 個のステップにそれぞれ分割して計算を行う brute-force 法を用いた FORTRAN プログラムを作製した。このプログラムは若干計算時間は長くかかるが、NLO の寄与を入れたフレーバー非 1 重項の場合で $N_t \geq 50$, $N_x \geq 1000$ 程度、フレーバー 1 重項の場合で $N_t \geq 200$, $N_x \geq 1000$ 程度を取れば、$10^{-4} < x < 0.8$ の範囲で 2% 以内の計算精度を得ることができた。さらに他の研究者が利用できるように、インターネットを通じて入手できるようにした。

そしてこのプログラムを用いて、核子の構造関数 F_3 および F_2 についての計算をおこない、様々な実験データ (CDHSW, SLAC, BCDMS, EMC, NMC, Fermilab-E665, ZEUS, H1) との比較を行った。その結果、LO の結果と比較して NLO の結果は小さい Q^2 領域でより良く Q^2 依存性のデータを再現した。しかしながら、パートン再結合の Q^2 発展効果については実験精度内で認められるに至っていない。続いて原子核構造関数の計算を行い、NMC の Q^2 依存性に関する実験データ F_2^A/F_2^D との比較を行った。その結果、Q^2 発展におけるパートン再結合の効果は、小さい x 領域および小さい Q^2 領域で著しいことが判明したが、現時点でその効果を検出するに至っていない。この点に関しては、広い Q^2 領域に渡る、精度の良い実験結果が今後得られることに期待したい。

最後に $\partial R_2^{Sn,C}(x,Q^2)/\partial \ln Q^2$ の計算を行った。その結果、おおよその x 依存性は現在得られている原子核内パートン分布と NLO の DGLAP 方程式で説明できることが分かった。それに対しパートン再結合の効果を含んだ Q^2 発展方程式で計算を行った場合には実験値と異なる結果が得られた。しかしこれはパートン再結合による描像が正しくないということをただちに意味するのではない。それは Q^2 発展におけるパートン再結合の効果には K_{HT} のような、まだ良くわかっていないパラメータが存在するからである。今後、より精度の良い実験結果が得られれば、このような点に関する詳しい研究も可能となるであろう。さらに、初期分布の与えられている Q^2 がやや小さすぎることも原因と考えられる。しかし、NLO の結果がかなり実験値の x 依存性を再現することから、パートン分布の原子核内における x 依存性の変化がより大きく影響しており、Q^2 発展におけるパートン再結合の効果はあまり大きくは効いてこないと考えることができる。よってこの効果のより精密な理解には、原子核内パートン分布の x 依存性に関する詳しい研究が重要であると考えられる。

謝辞

指導教官である熊野俊三助教授には、博士前期課程の 2 年間にわたり、懇切なご指導をいただいた。また、量子物理学講座の長谷川照教授、河野宏明助手、産業医科大学の中野正博氏、さらに博士後期課程の小井手一晴氏、三森智裕氏、野田信雄氏には、多岐にわたるご助言をいただいた。そして、小林亮子氏、小沼雅敬氏には博士前期課程 1 年次の 1 年間にわたり、共同研究者として様々な議論をしていただき、そしてご助言をいただいた。上記の方々に、心からお礼を申し上げる。また、数値計算に際し計算機を使用させていただいた大阪大学核物理研究センターに感謝する。この研究は平成 7 年夏期に、ブルックヘブン米国国立研究所において部分的に行われたが、そこでの滞在に関して経済的な援助およびお世話をいただいた A. J. Baltz 氏に感謝する。国内の研究会の出席および論文作製に関しては文部省科学研究費一般 C (課題番号 06640406) の援助を受けた。

付録

付録 A　分岐関数

最低次 (LO) の分岐関数は、

$$P^{(0)}_{q_i^+ q_j^+}(x) = \delta_{ij}\ P^{(0)}_{NS}(x) = \delta_{ij}\ C_F\ \left[\ \frac{1+x^2}{(1-x)_+}\ +\ \frac{3}{2}\ \delta(1-x)\ \right] \tag{A.1}$$

$$P^{(0)}_{q_i^+ g}(x) = 2T_R\left[\ x^2\ +\ (1-x)^2\ \right] \tag{A.2}$$

$$P^{(0)}_{gq}(x) = C_F\ \frac{1+(1-x)^2}{x} \tag{A.3}$$

$$P^{(0)}_{gg}(x) = 2C_G\left[\ \frac{x}{(1-x)_+}\ +\ \frac{1-x}{x}\ +\ x(1-x) + \left(\frac{11}{12} - \frac{1}{3}\frac{N_f T_R}{C_G}\right)\ \delta(1-x)\ \right] \tag{A.4}$$

で与えられる。ここで、$1/(1-x)_+$ は以下のように定義される。

$$\int_0^1 dz \frac{f(z)}{(1-z)_+}\ =\ \int_0^1 dz \frac{f(z)-f(1)}{1-z} \tag{A.5}$$

ただし、積分範囲が $0 \le z \le 1$ で定義されていることに注意が必要である。実際の DGLAP 方程式のなかでは積分範囲が $x \le z \le 1$ で与えられており、このときは、

$$\int_x^1 dz \frac{f(z)}{(1-z)_+}\ =\ \int_x^1 dz \frac{f(z)-f(1)}{1-z} + f(1)\ln(1-x) \tag{A.6}$$

となる。NLO の分岐関数は参考文献 [15, 16] に与えられており、

$$P^{(1)}_{q_i^+ q_j^+}(x) = \delta_{ij}\ P^{(1)}_{q^+,NS}(x)\ +\ 2C_F T_R F_{qq}(x) \tag{A.7}$$

$$P^{(1)}_{q_i^+ g}(x) = -\ C_G T_R F^1_{qg}(x)\ -\ C_F T_R F^2_{qg}(x) \tag{A.8}$$

$$P^{(1)}_{gq}(x) = -\ C_F^2 F^1_{gq}(x)\ -\ C_F C_G F^2_{gq}(x)\ -\ C_F T_R N_f F^3_{gq}(x) \tag{A.9}$$

$$P^{(1)}_{gg}(x) = C_G T_R N_f F^1_{gg}(x)\ +\ C_F T_R N_f F^2_{gg}(x)\ +\ C_G^2 F^3_{gg}(x) \tag{A.10}$$

である。フレーバー非 1 重項の NLO の分岐関数は $q \pm \bar{q}$ 型の分布 $q_{NS} = \sum_i a_i(q_i \pm \bar{q}_i)$ に対して、

$$
\begin{aligned}
P^{(1)}_{q^{\pm},NS}(x) &= C_F^2\Big\{P_F(x) \pm P_A(x) + \delta(1-x)\Big[\frac{3}{8} - \frac{1}{2}\pi^2 + \zeta(3) - 8\widetilde{S}(\infty)\Big]\Big\} \\
&+ \frac{1}{2}C_F C_A\Big\{P_G(x) \mp P_A(x) + \delta(1-x)\Big[\frac{17}{12} + \frac{11}{9}\pi^2 - \zeta(3) + 8\widetilde{S}(\infty)\Big]\Big\} \\
&+ C_F T_R N_f\Big\{P_{N_F}(x) - \delta(1-x)\Big(\frac{1}{6} + \frac{2}{9}\pi^2\Big)\Big\} \qquad \text{(A.11)}
\end{aligned}
$$

で与えられる。ここで、$P_F(x), P_G(x), P_{N_F}(x), P_A(x)$ は参考文献 [16] により、

$$
\begin{aligned}
P_F(x) &= -2\frac{1+x^2}{1-x}\ln x \ln(1-x) - \Big(\frac{3}{1-x} + 2x\Big)\ln x \\
&\quad - \frac{1}{2}(1+x)\ln^2 x - 5(1-x) \qquad \text{(A.12)} \\
P_G(x) &= \frac{1+x^2}{(1-x)_+}\Big[\ln^2 x + \frac{11}{3}\ln x + \frac{67}{9} - \frac{1}{3}\pi^2\Big] \\
&\quad + 2(1+x)\ln x + \frac{40}{3}(1-x) \qquad \text{(A.13)} \\
P_{N_F}(x) &= \frac{2}{3}\Big[\frac{1+x^2}{(1-x)_+}\Big(-\ln x - \frac{5}{3}\Big) - 2(1-x)\Big] \qquad \text{(A.14)} \\
P_A(x) &= 2\frac{1+x^2}{1+x}\int_{x/(1+x)}^{1/(1+x)} \frac{dz}{z}\ln\frac{1-z}{z} + 2(1+x)\ln x + 4(1-x) \qquad \text{(A.15)}
\end{aligned}
$$

で定義されている。ζ 関数は $\zeta(k) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^k}$ で定義されるもので $\zeta(3) = 1.2020569...$ である。また、$\widetilde{S}(\infty)$ は ζ によって $\widetilde{S}(\infty) = -\frac{5}{8}\zeta(3)$ のように定義される。さらに、$P_A(x)$ の中の積分は Spence 関数 $S(x)$ を用いて表すことができて、

$$
\int_{x/(1+x)}^{1/(1+x)} \frac{dz}{z}\ln\frac{1-z}{z} = S\left(\frac{x}{1+x}\right) - S\left(\frac{1}{1+x}\right) - \frac{1}{2}\left[\ln^2\frac{1}{1+x} - \ln^2\frac{x}{1+x}\right] \qquad \text{(A.16)}
$$

である。ここで Spence 関数は、

$$
S(x) = \int_x^1 dz\ \frac{\ln z}{1-z} \qquad \text{(A.17)}
$$

によって定義される関数である。ただし、$0 \leq x \leq 2$ の範囲においては、

$$S(x) \;=\; -\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(1-x)^k}{k^2} \tag{A.18}$$

のように書くことができるので、計算ではこれを用いている。文献によっては $-S(x)$ を Spence 関数と呼ぶ場合があるので注意が必要である。

(A.7) $\sim$ (A.10) 式における F_{qq}, F_{qg}, F_{gq}, F_{gg} は以下のように定義されている。

$$F_{qq}(x) \;=\; \frac{20}{9}\frac{1}{x} - 2 + 6x - \frac{56}{9}x^2 + \left(1 + 5x + \frac{24}{9}x^2\right)\ln x - (1+x)\ln^2 x \tag{A.19}$$

$$\begin{aligned} F^1_{qg}(x) \;=\; & -\frac{40}{9}\frac{1}{x} + 4 - 50x + \frac{436}{9}x^2] - \left(2 + 16x + \frac{88}{3}x^2\right)\ln x \\ & + (2+4x)\ln^2 x + 8x\,(1-x)\ln(1-x) \\ & + \left(2 - 4x + 4x^2\right)\left[\ln^2(1-x) - \frac{1}{6}\pi^2\right] - 4\left(1 + 2x + 2x^2\right) J_x \end{aligned} \tag{A.20}$$

$$\begin{aligned} F^2_{qg}(x) \;=\; & -14 + 29x - 20x^2 + \left(-3 + 4x - 8x^2\right)\ln x \\ & - \left(1 - 2x + 4x^2\right)\ln^2 x - 8x\,(1-x)\ln(1-x) \\ & + \left(2 - 4x + 4x^2\right)\left[-\ln^2(1-x) + 2\ln x \ln(1-x) + \frac{1}{3}\pi^2\right] \end{aligned} \tag{A.21}$$

$$\begin{aligned} F^1_{gq}(x) \;=\; & \frac{5}{2} + \frac{7}{2}x - \left(2 + \frac{7}{2}x\right)\ln x + \left(1 - \frac{1}{2}x\right)\ln^2 x \\ & + \left(\frac{6}{x} - 6 + 5x\right)\ln(1-x) + \left(\frac{2}{x} - 2 + x\right)\ln^2\,(1-x) \end{aligned} \tag{A.22}$$

$$\begin{aligned} F^2_{gq}(x) \;=\; & -\frac{1}{x} - \frac{19}{9} - \frac{37}{9}x - \frac{44}{9}x^2 + \left(12 + 5x + \frac{8}{3}x^2\right)\ln x \\ & - (2+x)\ln^2 x - \frac{1}{3}\left(\frac{22}{x} - 22 + 17x\right)\ln(1-x) \\ & - \left(\frac{2}{x} - 2 + x\right)\left[\ln^2(1-x) - 2\ln x \ln(1-x) - \frac{1}{6}\pi^2\right] \\ & + \left(\frac{4}{x} + 4 + 2x\right)\; J_x \end{aligned} \tag{A.23}$$

$$F^3_{gq}(x) \;=\; \frac{40}{9}\frac{1}{x} - \frac{40}{9} + \frac{32}{9}x + \frac{4}{3}\left(\frac{2}{x} - 2 + x\right)\ln(1-x) \tag{A.24}$$

$$
\begin{aligned}
F_{gg}^{1}(x) &= -\frac{20}{9}\frac{1}{(1-x)_{+}} - \frac{2}{9}\left(\frac{23}{x} - 29 + 19x - 23x^{2}\right) \\
&\quad - \frac{4}{3}(1+x)\ln x - \frac{4}{3}\delta(1-x) \qquad \text{(A.25)} \\
F_{gg}^{2}(x) &= \frac{4}{3x} - 16 + 8x + \frac{20}{3}x^{2} - (6+10x)\ln x \\
&\quad - 2(1+x)\ln^{2} x - \delta(1-x) \qquad \text{(A.26)} \\
F_{gg}^{3}(x) &= \frac{67}{9}\frac{1}{(1-x)_{+}} - \frac{8}{9} - \frac{1}{18}x - \left(\frac{47}{6} - \frac{25}{6}x + \frac{44}{3}x^{2}\right)\ln x \\
&\quad + \left(\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{5}{4} + 6x - 2x^{2}\right)\ln^{2} x \\
&\quad + \left(-\frac{11}{2x} + \frac{7}{2} + \frac{13}{4}x\right)\ln(1-x) + \frac{1}{4}\left(-\frac{5}{x} + 5 + 2x\right)\ln^{2}(1-x) \\
&\quad - \left(\frac{4}{1-x} + \frac{4}{x} - 5 + 7x - 4x^{2}\right)\ln x \ln(1-x) + (1+x)\,I_{x} \\
&\quad + 4\left(\frac{1}{1+x} - \frac{1}{x} - 2 - x - x^{2}\right)J_{x} - \frac{1}{3}\pi^{2}\left(\frac{1}{(1-x)_{+}} + \frac{1}{x} - 1 + 2x - x^{2}\right) \\
&\quad + \delta(1-x)\left[-4\widetilde{S}(\infty) + \frac{1}{2}\zeta(3) + \frac{8}{3}\right] \qquad \text{(A.27)}
\end{aligned}
$$

ここで、I_x は Spence 関数であり $[I_x = S(x)]$、J_x は

$$
J_x = -\frac{1}{12}\pi^{2} - \ln x \ln(1+x) + S(1+x) \qquad \text{(A.28)}
$$

で定義される。

1 ステップ形式の Q^2 発展方程式 (2.27) における、行列 $\mathbf{P}^{(0),(1)}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{E}$ は、

$$
\mathbf{P}^{(0),(1)}(x) = \begin{pmatrix} \sum_{j} P_{q_i^+ q_j^+}^{(0),(1)}(x) & P_{q_i^+ g}^{(0),(1)}(x) \\ P_{gq}^{(0),(1)}(x) \sum_{j} & P_{gg}^{(0),(1)}(x) \end{pmatrix} \qquad \text{(A.29)}
$$

$$
\mathbf{D}^{(1)}(x) = \begin{pmatrix} B_n^q(x) & B_n^g(x) \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{(A.30)}
$$

$$\mathbf{E}(x) = \begin{pmatrix} E_{qq}(x) & E_{qg}(x) \\ E_{gq}(x) & E_{gg}(x) \end{pmatrix} \tag{A.31}$$

で定義される。ここで行列 **D** に現れてくる $B_n^q(x)$, $B_n^g(x)$ は付録 B で与える。行列 **E** の行列要素は、

$$E_{qq}(x) = -E(\gamma_{gq}C^g) \tag{A.32}$$

$$E_{qg}(x) = E(\gamma_{qq}C^g) - E(\gamma_{qg}C^q) - E(\gamma_{gg}C^g) \tag{A.33}$$

$$E_{gq}(x) = E(\gamma_{gq}C^q) \tag{A.34}$$

$$E_{gg}(x) = -E_{qq}(x) \tag{A.35}$$

で定義されている。ここで、

$$\begin{aligned} E(\gamma_{gq}C^g)/2C_FT_R = & -\frac{2}{3x} + \frac{20}{3} - \frac{2x}{3} - \frac{16x^2}{3} + \left(1 + 5x - \frac{4}{3}x^2\right)\ln x \\ & + (1+x)\left(\ln^2 x - 2\ln x \ln(1-x) + 2I_x\right) \\ & + \left(-\frac{4}{3x} - 1 + x + \frac{4}{3}x^2\right)\ln(1-x) \end{aligned} \tag{A.36}$$

$$\begin{aligned} E(\gamma_{qq}C^g)/C_FT_R = & -7 + 10x - \left(1 - 16x + 32x^2\right)\ln x - \left(1 - 2x + 4x^2\right)\ln^2 x \\ & + \left(6 - 12x + 16x^2\right)\ln x \ln(1-x) \\ & + \left(5 - 36x + 32x^2\right)\ln(1-x) \\ & -4\left(1 - 2x + 2x^2\right)\left[\ln^2(1-x) - \frac{\pi^2}{6}\right] \\ & -2\left(1 - 2x + 4x^2\right)I_x \end{aligned} \tag{A.37}$$

$$
\begin{aligned}
E\left(\gamma_{qg}C^q\right)/C_F T_R &= 5-12x+16x^2+\left(1+8x-12x^2\right)\ln x \\
&\quad +\left(1-2x+4x^2\right)\left[-\ln^2 x+2\ln x\ln\left(1-x\right)\right] \\
&\quad +\left(7-16x+12x^2\right)\ln\left(1-x\right) \\
&\quad +\left(1-2x+2x^2\right)\left[-2\ln^2\left(1-x\right)+\frac{2}{3}\pi^2\right] \\
&\quad +2\left(1-2x\right)I_x \qquad \text{(A.38)} \\
E\left(\gamma_{gq}C^q\right)/\frac{1}{2}C_F^2 &= 3+6x-3x\ln x+\left(2-x\right)\ln^2 x \\
&\quad +\left(\frac{12}{x}-16+7x\right)\ln\left(1-x\right) \\
&\quad +2\left(\frac{2}{x}-2+x\right)\left[-\ln^2\left(1-x\right)+\frac{1}{3}\pi^2\right] \\
&\quad -2\left(2-x\right)\ln x\ln\left(1-x\right)+2\left(\frac{4}{x}-2+x\right)I_x \qquad \text{(A.39)} \\
E\left(\gamma_{gg}C^g\right) &= C_G T_R A+\frac{4}{3}T_R^2 N_f B \qquad \text{(A.40)}
\end{aligned}
$$

である。上式の A と B は、

$$
\begin{aligned}
A &= -\frac{4}{3x}+18+\frac{154}{3}x-\frac{193}{3}x^2+\left(\frac{17}{3}+\frac{170}{3}x-\frac{40}{3}x^2\right)\ln x \\
&\quad +2\left(1+4x\right)\left(\ln^2 x+2I_x\right)-\left(\frac{8}{3x}+\frac{5}{3}+\frac{122}{3}x-\frac{136}{3}x^2\right)\ln\left(1-x\right) \\
&\quad -4\left(1-2x+2x^2\right)\left[\ln^2\left(1-x\right)-\frac{\pi^2}{6}\right]-8x\left(3-x\right)\ln x\ln\left(1-x\right) \qquad \text{(A.41)} \\
B &= -1+8x-8x^2-\left(1-2x+2x^2\right)\ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \qquad \text{(A.42)}
\end{aligned}
$$

で与えられる。ただし (A.41) 式の $(17/3+170x/3-40x^2/3)$ の部分は、参考文献 [15] においては $(17+170x/3-40x^2/3)$ となっている。しかし他の文献との比較の結果、誤りであることがわかり修正した。

付録 B　係数関数

係数関数は 2.3 節で示したように、

$$
\begin{aligned}
C_n^q(x,\alpha_s) &= \delta(1-x) + \frac{\alpha_s}{4\pi} B_n^q(x) + O(\alpha_s^2) \\
C_n^g(x,\alpha_s) &= \frac{\alpha_s}{4\pi} B_n^g(x) + O(\alpha_s^2)
\end{aligned}
$$

である。ここで現れてくる B_n^q, B_n^g は、1 ステップ形式の方程式 (2.27) の分岐関数の行列 **D** に現れるものと同一である。B_n^q は、

$$
B_1^q(x) = \frac{C_F}{2}[F_q(x) - 4x] \tag{B.1}
$$

$$
B_2^q(x) = C_F F_q(x) \tag{B.2}
$$

$$
B_3^q(x) = C_F[F_q(x) - 2 - 2x] \tag{B.3}
$$

である。B_1^q, B_2^q, B_3^q はそれぞれ、F_1, F_2/x, F_3 に対応するものであり、$F_q(x)$ は、

$$
\begin{aligned}
F_q(x) = & -\frac{3}{2}\frac{1+x^2}{(1-x)_+} + \frac{1}{2}(9+5x) - 2\frac{1+x^2}{1-x}\ln x \\
& + 2(1+x^2)\left[\frac{\ln(1-x)}{1-x}\right]_+ - \delta(1-x)(9+\frac{2}{3}\pi^2)
\end{aligned} \tag{B.4}
$$

と定義される。ただし、ここで現れる $[\ln(1-x)/(1-x)]_+$ は、

$$
\int_0^1 dz f(z)\left[\frac{\ln(1-z)}{1-z}\right]_+ = \int_0^1 dz[f(z)-f(1)]\frac{\ln(1-z)}{1-z} \tag{B.5}
$$

で定義され、付録 A で現れる $1/(1-x)_+$ と同様に、積分範囲が $0 \le z \le 1$ で定義されていることに注意が必要である。1 ステップ形式の発展方程式で用いられる場合には積分範囲が $x \le z \le 1$ となるので、この場合には、

$$
\int_x^1 dz f(z)\left[\frac{\ln(1-z)}{1-z}\right]_+ = \int_x^1 dz[f(z)-f(1)]\frac{\ln(1-z)}{1-z} + f(1)\frac{1}{2}\ln^2(1-x) \tag{B.6}
$$

となる。

続いて、B_n^g は、

$$B_1^g(x) = 2T_R[F_g(x) - 4x(1-x)] \tag{B.7}$$

$$B_2^g(x) = 4T_R F_g(x) \tag{B.8}$$

である。こちらも同様に B_1^g, B_2^g はそれぞれ、$F_1, F_2/x$ に対応するものである。F_3 に対応する B_3^g が存在しないのは、F_3 の Q^2 発展の計算においてはグルーオンの分布が入ってこないからである。ここで $F_g(x)$ は、

$$F_g(x) = (1 - 2x + 2x^2)\ln\left(\frac{1-x}{x}\right) + 8x(1-x) - 1 \tag{B.9}$$

である。

参考文献

[1] E. D. Bloom et al., Phys. Rev. Lett. 23 (1969) 930; M. Breidenbach et al., Phys. Rev. Lett. 23 (1969) 935.

[2] J. D. Bjorken, Phys. Rev. 179 (1969) 1547.

[3] V. N. Gribov and L. N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. 15 (1972) 438 and 675; G. Altarelli and G. Parisi, Nucl. Phys. B 126 (1977) 298; Yu. L. Dokshitzer, Sov. Phys. JETP 46 (1977) 641.

[4] J. J. Aubert et al. (EMC Collaboration), Phys. Lett.123B, (1983) 275.

[5] N. N. Nicolaev and V. I. Zakharov, Phys. Lett. B 55 (1975) 397; F. E. Close, J. Qiu, and R. G. Roberts, Phys. Rev. D 40 (1989) 2820.

[6] S. Kumano, Phys. Rev. C 48 (1993) 2016; Phys. Rev. C 50 (1994) 1247.

[7] S. Kumano, Phys. Lett. B 298 (1993) 171; Phys. Lett. B 342 (1995) 339.

[8] R. Kobayashi, S. Kumano, and M. Miyama, Phys. Lett. B 354 (1995) 465; S. Kumano and M. Miyama, pp. 476 – 479 in Proceedings of the symposium "Weak and Electromagnetic Interactions in Nuclei", edited by H. Ejiri, T. Kishimoto, and T. Sato, World Scientific (1995); S. Kumano, hep-ph/9602252, to be published in Australian Journal of Physics.

[9] R. G. Roberts : *The Structure of the Proton* (Cambridge University Press, Cambridge, 1990).

[10] L. V. Gribov, E. M. Levin, and M. G. Ryskin, Nucl. Phys. B 188 (1981) 555; Phys. Rep. 100 (1983) 1; A. H. Mueller and J. Qiu, Nucl. Phys. B 268 (1986) 427.

[11] J. Qiu, Nucl. Phys. B 291 (1987) 746.

[12] A. Mücklich (NMC), in proceedings of the Workshop on Deep Inelastic Scattering and QCD, Paris, France, April 23 – 29, 1995; A. Sandacz (NMC), pp. 472 – 475 in Proceedings of the symposium "Weak and Electromagnetic Interactions in Nuclei", edited by H. Ejiri, T. Kishimoto, and T. Sato, World Scientific (1995).

[13] F. ハルツェン, A. D. マーチン：クォークとレプトン (小林 てつ郎, 広瀬 立成 共訳, 培風館, 1986).

[14] I. J. R. エイチスン, A. J. G. ヘイ：ゲージ理論入門 I, II (藤井 昭彦 訳, 講談社, 1992).

[15] R. T. Herrod and S. Wada, Phys. Lett. B 96 (1980) 195; R. T. Herrod, S. Wada, B. R. Webber, Z. Phys. C 9 (1981) 351.

[16] G. Curci, W. Furmanski, R. Petronzio, Nucl. Phys. B175 (1980) 27; E. G. Floratos, R. Lacaze and C. Kounnas, Phys. Lett. B 98 (1981) 89 & 285; Nucl. Phys. B 192 (1981) 417.

[17] S. Kumano and J. T. Londergan, Comput. Phys. Commun. 69 (1992) 373; R. Kobayashi, M. Konuma, and S. Kumano, Comput. Phys. Commun. 86 (1995) 264; R. Kobayashi, M. Konuma, S. Kumano, and M. Miyama, Prog. Theo. Phys. Supplement, 120 (1995) 257.

[18] M. Miyama and S. Kumano, hep-ph/9508246, Comput. Phys. Commun. in press.

[19] P. N. Harriman, A. D. Martin, W. J. Stirling, and R. G. Roberts, Phys. Rev. D 42 (1990) 798; We use the HMRS program supplied by W. J. Stirling for testing the BF1 program.

[20] H. L. Lai et al. (CTEQ collaboration), Phys. Rev. D 51 (1995) 4763.

[21] A. D. Martin, W. J. Stirling, and R. G. Roberts, Phys. Lett. B 354 (1995) 155.

[22] P. Berge et al. (CERN-CDHSW collaboration), Z. Phys. C 49, (1991) 187.

[23] SLAC data in the report SLAC-PEP-357 are taken from [24].

[24] R. G. Roberts and M. R. Whalley, J. Phys. G 17 (1991) D1.

[25] A. C. Benvenuti et al. (BCDMS collaboration), Phys. Lett. B 223 (1989) 485.

[26] J. J. Aubert et al. (EMC collaboration), Nucl. Phys. B 259 (1985) 189; Numerical data in the EMC report, CERN-PPE-90-175, are taken from Ref. [24] and they are used in our analysis.

[27] P. Bjorkholm (NMC collaboration), Ph.D. thesis, Acta Universitatis Upsaliensis, Upsala (1995).

[28] A. V. Kotwal (Fermilab-E665 collaboration), report FERMILAB-CONF-95-046-E.

[29] M. Derrick et al. (ZEUS collaboration), Z. Phys. C 65 (1995) 379.

[30] T. Ahmed et al. (H1 collaboration), Nucl. Phys. B 439 (1995) 471.

[31] F. E. Close, R. G. Roberts, and G. G. Ross, Nucl. Phys. B 296 (1988) 582; F. E. Close, R. L. Jaffe, R. G. Roberts, and G. G. Ross, Phys. Rev. D 31 (1985) 1004.

[32] P. Amaudruz et al. (NMC collaboration), Nucl. Phys. B 441 (1995) 3.

[33] J. Kwiecinski, A. D. Martin, W. J. Stirling, and R. G. Roberts, Phys. Rev. D 42 (1990) 3645.

[34] A. D. Martin, R. G. Roberts, and W. J. Stirling, Phys. Rev. D 37 (1988) 1161

[35] S. Kumano and M. Miyama, hep-ph/9512244, submitted for publication.