

^{199}Hg 磁束計の測定精度の見積り

Y. Arimoto

平成 23 年 6 月 1 日

平成 23 年 6 月 1 日

概要

ファラデー回転法及び強度変調法 (ILL での測定方法) による ^{199}Hg 磁束計の測定精度の見積りを行なった。ファラデー回転法ではショットノイズリミットにより、1 回当りの UCN ラムゼイ測定での磁場精度は $3 \times 10^{-15} \text{ T}$ であることがわかった。ショットノイズによる磁場誤差を 0.1 fT 以下にするためには、約 8 日間の測定で十分であることが示された。ライトシフトに起因する系統誤差を 1 nHz 以下にするためのレーザ性能も見積られた。また強度変調法では 0.1 fT の磁場精度を達成するのは統計的にも技術的にも困難であることが示された。

1 ファラデー回転法

1.1 測定方法概略

ファラデー回転法による磁場測定の概略図を図 1 に示す。測定方法については [1] を参照のこと。また以降

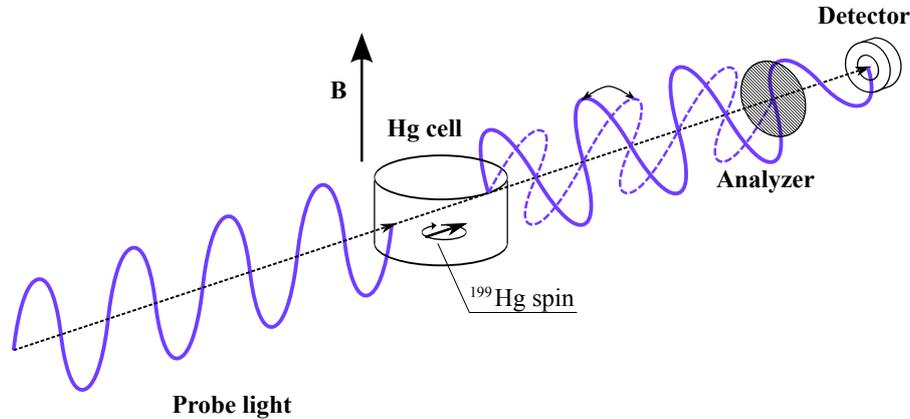


図 1: ファラデー回転法による磁場測定の概略図

の計算では簡単のためプローブ光とセル断面形状は同じであり、強度分布は一様であるとした (図 2)。

1.2 磁場測定誤差の概要

磁場測定誤差の要因としてショットノイズリミット、ライトシフトが上げられる。前者は統計誤差、後者は系統誤差の要因となる。

ショットノイズリミットは検出される光子数の統計的な変動によるため、プローブ光の強度を大きくすれば時間当りの誤差は小さく出来る。しかし、プローブ光強度を大きくするとプローブ光を水銀原子が吸収することにより偏極度が減衰するのでプローブ光強度には限界がある。このことによりショットノイズリミットはある大きさまでしか小さくならない。

またライトシフトは水銀のラーマー周波数を変えるため、磁場がシフトしたように見える。これが系統誤差となる。ライトシフトの大きさは、静磁場に対するプローブ光の入射角度、プローブ光の直線偏光度、プローブ光の強度、周波数によって決まる。

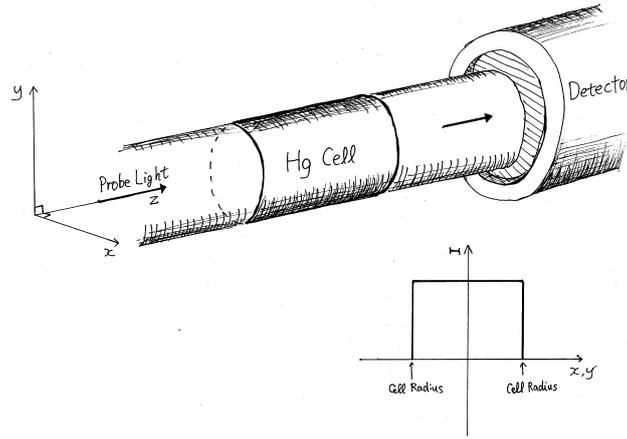


図 2: プローブ光とセルの大きさの関係、プローブ光の強度分布

1.3 統計誤差

1.3.1 ショットノイズリミットによる測定誤差

ラムゼイ測定中に磁場変動があるので、その間のセル内平均磁場は最初と最後のラーマー歳差運動周期の位相差から求める。ここでは簡単にするため、水銀原子の偏極度は時間 T_0 だけ一定値で維持され、その後偏極度はゼロになるとする。この場合、ショットノイズリミットは以下の式となる (Appendix B 参照)。

$$\delta B = 2\pi\sigma_f/\gamma \quad (1)$$

$$= \frac{2}{A\gamma} \sqrt{\frac{\omega_L}{\pi n_{\text{cycl}} \dot{N}_{\text{ph}} T_0}} \quad (2)$$

ここで A はアナライザー透過光強度を 1 とした場合の透過光の (水銀ラーマー歳差運動による) 振動振幅である。また、 \dot{N}_{ph} は単位時間当りの検出光子数である。

1.3.2 振動振幅 A の導出

振動振幅 A はファラデー回転角の最大値と検光子の角度より以下のように求められる。

ファラデー回転角は媒質中での右円偏光、左円偏光の屈折率をそれぞれ n_+ , n_- として以下の式で書き表わされる。

$$\phi = \frac{\omega L}{2c} (n_+ - n_-) \quad (3)$$

また n_+ , n_- は以下のように表わされる。

$$n_{\pm} = 1 + \frac{2\pi\alpha_f c \mu_e^2}{e^2} \left(g^{(3/2)} N_{\pm 1/2} + \frac{2}{3} g^{(1/2)} N_{\mp 1/2} + \frac{1}{3} g^{(3/2)} N_{\mp 1/2} \right) \quad (4)$$

これらの式の詳細については Appendix D を参照のこと。

上記の式より ^{199}Hg 原子について計算された屈折率と回転角をそれぞれ図 3-(a),-(b) に示す。この時、水銀蒸気の密度 N は $3 \times 10^{10} \text{ atoms/cm}^{-3}$, 水銀蓄積容器の長 L は 30 cm とした。これらの値は ILL 実験と同じである [2]。温度 300 K の時のドップラー広がりも考慮に入れた。また計算に入れた遷移は $6^1S_0-6^3P_1 (F=1/2)$ 及び $6^1S_0-6^3P_1 (F=3/2)$ 間のものである。

$F = 1/2$ と $F = 3/2$ 間の中心周波数での回転角は

$$\phi_{\text{rot}} = \pm 0.0053 \text{ rad} \quad (5)$$

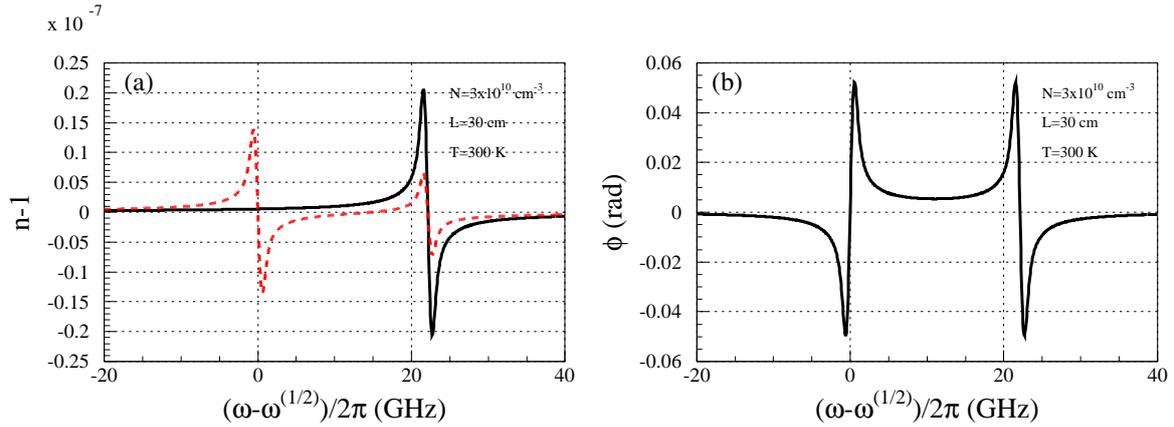


図 3: (a)¹⁹⁹Hg 原子の屈折率. (実線は $n_+ - 1$ 、点線は $n_- - 1$ を表す) (b) ファラデー回転角.

となる。Romalis グループの実験 [3] に比べると 2 桁小さいが、測定可能な値である。

またアナライザー透過光強度は

$$I(t) = \frac{I_0}{2} \left[1 - \cos(2\beta) + 2\phi_{\text{rot}} \sin(\omega_L t) \sin(2\beta) e^{-t/\tau} \right] \quad (6)$$

で表わされる [3]。β はアナライザーの透過軸と Faraday 回転角が 0° の場合のプローブ光偏光面との角度である。振幅は $\beta = \pi/4$ の場合が一番大きいのでアナライザーをこの角度にセットした場合、

$$I(t) = \frac{I_0}{2} \left[1 + 2\phi_{\text{rot}} \sin(\omega_L t) e^{-t/\tau} \right] \quad (7)$$

となる。したがってファラデー回転による角度変調の振幅は

$$A = \left\{ \frac{I_0}{2} \left[1 + 2\phi_{\text{rot}} e^{-t/\tau} \right] - \frac{I_0}{2} \right\} / (I_0/2) \quad (8)$$

$$= 2\phi_{\text{rot}} e^{-t/\tau} \quad (9)$$

$$= 2 \times 0.0053 \quad (10)$$

$$= 0.0106 \quad (11)$$

となる (図 4)。ここで $t = 0$ とした。

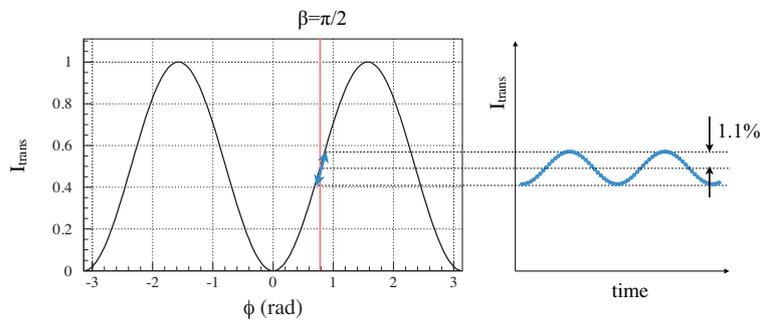


図 4: ファラディ回転信号

1.3.3 プローブ光を入射した時の緩和時間 T_0 の見積

ラーマー歳差運動を行なっている原子に円偏光したプローブ光を入射するとプローブ光の吸収によって減偏極が生じる。ショットノイズリミットはプローブ光の強度を大きくすることで小さく出来るが、偏極の緩和時間は短くなる。このため到達可能な磁場測定精度は制限される。ここでは数値計算によって到達磁場精度を見積る。

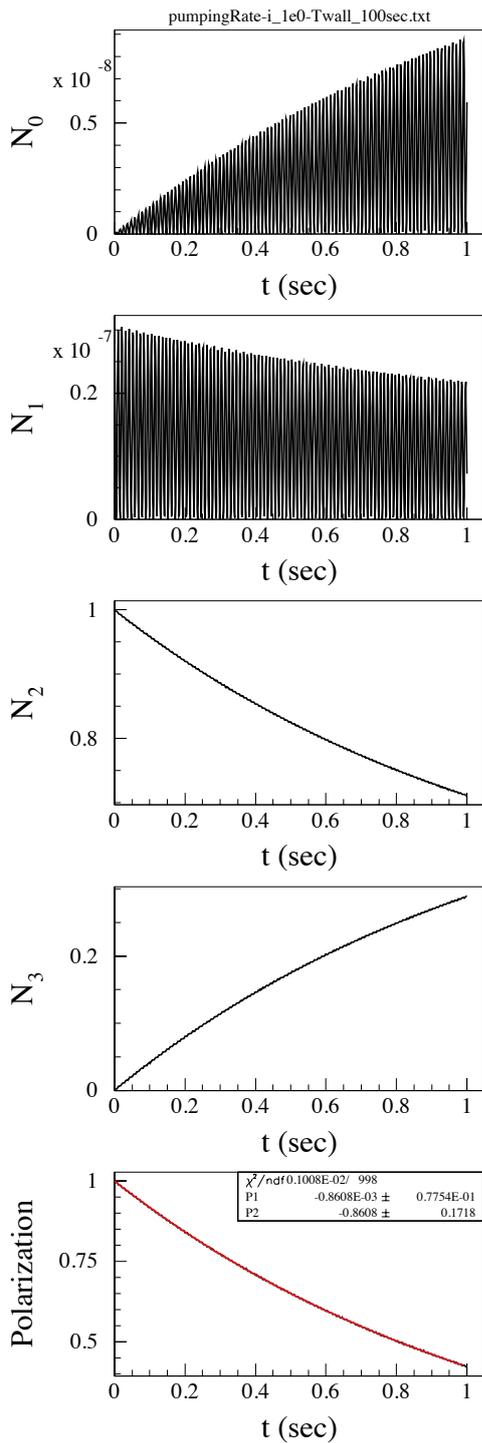


図 5: レート方程式から求めた各 Hg 原子準位の時間発展. プローブ光強度 $I = 1 \text{ W/cm}^{-2}$.

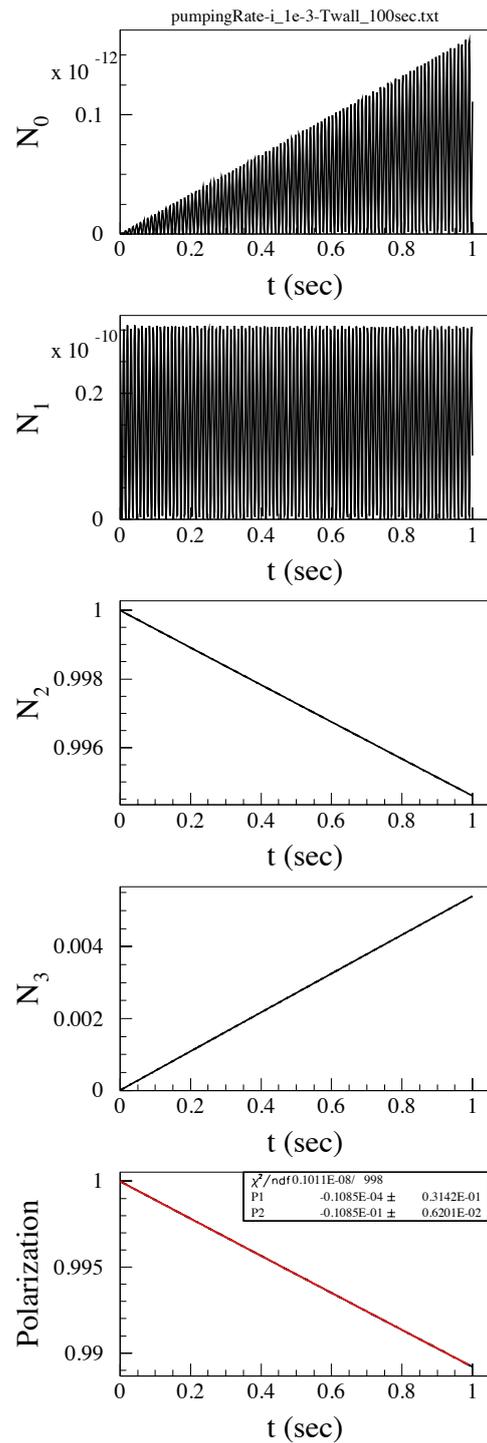


図 6: レート方程式から求めた各 Hg 原子準位の時間発展. プローブ光強度 $I = 1 \times 10^{-3} \text{ W/cm}^{-2}$.

角速度 ω でラーマー歳差運動を行なっている水銀原子と円偏光した光の吸収は以下のレート方程式で書き表わ

せる。

$$\frac{dN_0}{dt} = (N_3 - N_0)W^-(t) - A_{eg}N_0 \quad (12)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = (N_2 - N_1)W^+(t) - A_{eg}N_1 \quad (13)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -(N_2 - N_1)W^+(t) + \frac{2}{3}A_{eg}N_1 + \frac{1}{3}A_{eg}N_0 - \frac{\Gamma}{2}(N_3 - N_2) \quad (14)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = -(N_3 - N_0)W^-(t) + \frac{2}{3}A_{eg}N_0 + \frac{1}{3}A_{eg}N_1 + \frac{\Gamma}{2}(N_3 - N_2) \quad (15)$$

$$W^+(t) = W_0 \cos^2 \omega t \quad (16)$$

$$W^-(t) = W_0 \sin^2 \omega t \quad (17)$$

簡単のため、この式には Radiation Trapping [4] は考慮されていない。ここで N_i の添字は角速度 ω で回転している座標系における原子の状態を表す (図 7)。また、 Γ はセル内壁や原子同士の衝突による (つまり入射光がない場合の) 偏極度の緩和率であり、緩和時間 T_1 は以下の式で表わされる。

$$T_1 = 1/\Gamma \quad (18)$$

また式 (16)、(17) における W_0 は遷移率を表わし、

$$W_0 = \frac{c^2 A_{eg} I_\nu}{8\pi n^2 h \nu^3} g(\nu) \quad (19)$$

$$= \frac{\alpha_\nu}{n_e - n_g} \frac{I_\nu}{h\nu} \quad (20)$$

$$= \sigma_{\text{phot}} [\text{cm}^2] \cdot \frac{I_\nu}{h\nu} [\text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}] \quad (21)$$

である [5]。ここで $\alpha_\nu, \sigma_{\text{phot}}$ はそれぞれ水銀原子の光吸収係数、光吸収断面積であり、 $\sigma_{\text{phot}} = 2 \times 10^{-18} \text{ cm}^2$ である (Appendix C)。

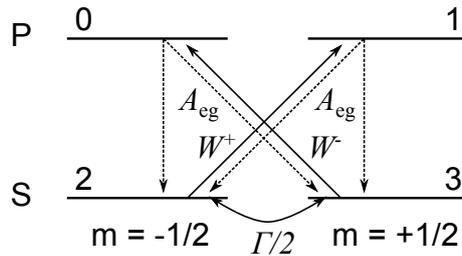


図 7: ポンピングレート方程式に用いる水銀原子の準位概略図

上記の式をレート方程式に代入して得られた入射光強度と緩和率の関係を図 8-(a) にプロットする。この結果を式 (2) に代入して入射光強度とショットノイズリミットの関係プロットしたものを図 8-(b), -(c) に示す。

図 8-(c) より読みとられた各 T_1 でのショットノイズリミットを表 1 に示す。

T_1 [sec]	I [W/cm^2]	$\delta B_{\text{shot noise}}$ [T]
50	2×10^{-2}	3×10^{-15}
100	1×10^{-2}	2×10^{-15}
200	1×10^{-2}	1×10^{-15}

表 1: ファラデー回転法におけるショットノイズリミット

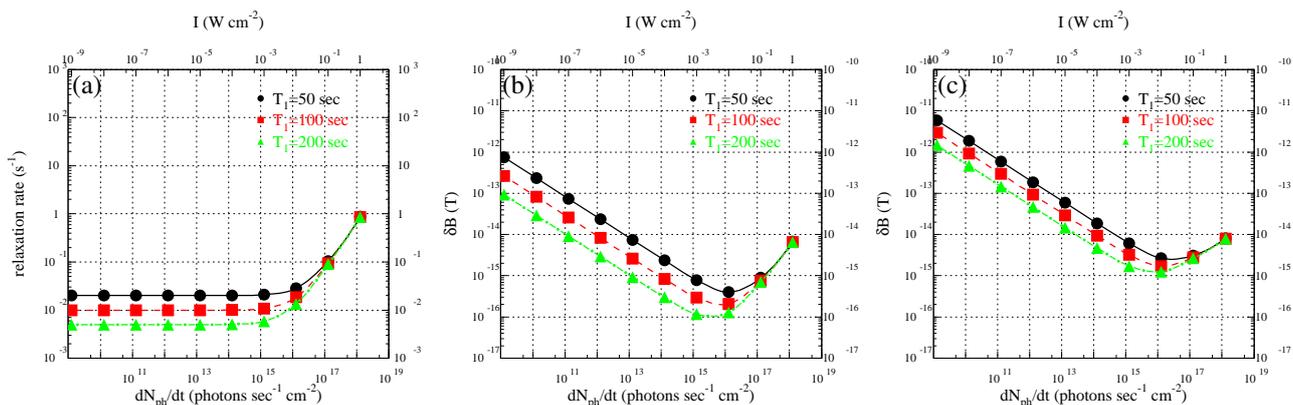


図 8: (a): 入射光強度と緩和率の関係。(b): ラムゼイ測定中の信号をすべてフィットした場合の入射光強度とショットノイズリミットの関係。(c): ラムゼイ測定の最初と最後のラーマー振動の位相差を求めた場合の入射光強度とショットノイズリミットの関係。 $n_{\text{cycl}} = 2$ とした。

1.3.4 0.1 fT に到達するまでの測定時間

ショットノイズは統計誤差であるためラムゼイ測定を n 回繰り返せば $1/\sqrt{n}$ で減少する。UCN 蓄積時間を 20 sec,

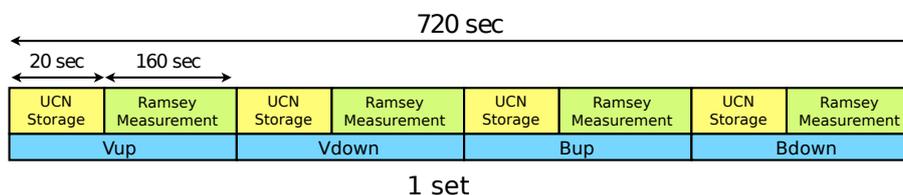


図 9: 中性子 EDM 測定時間

ラムゼイ測定時間を 160 sec とすると、1 回につき 180 sec かかる。実際には磁場反転、電場反転を行なうので、1 セット行なうのに、 $180 \times 4 = 720$ sec かかる (図 9)。一回のラムゼイ測定で得られる磁場精度は 3 fT なので、磁場精度を 0.1 fT 以下にするには、 $0.1/3 = 1/30$ だけ統計誤差を減らす必要がある。すなわち、 $30^2 = 9 \times 10^2$ セットのラムゼイ測定を行なう必要がある。このため必要な時間は

$$T_{\text{Meas}} = 9 \times 10^2 \times 720 [\text{sec}] = 6.48 \times 10^5 [\text{sec}] \quad (22)$$

$$= 7.5 [\text{day}] \quad (23)$$

となる。

1.3.5 Hg EDM との比較

nEDM の co-magnetometer と Hg EDM 実験 [1, 3] では水銀セルの大きさ、密度、バッファーガスの有無等が異なる。そのため必要となるプローブ光強度等が異なるのでその違いを表 2 にまとめた。

1.4 系統誤差

1.4.1 ライトシフト 概要

ライトシフトとは光子場があることによって、励起状態と基底状態が混合し、エネルギー準位がシフトすることである。ライトシフトは ^{199}Hg 磁束計において磁場系統誤差の原因となる。

	Hg atom density [cm ¹³]	Cell length [cm]	Faraday rotation angle [mrad]	Absorption length [cm ⁻¹]	Probe-light intensity [mW]	Fitting region
Hg-EDM	4×10 ¹³	2	600	5×10 ⁻¹	7×10 ⁻³	全体
nEDM	3×10 ¹⁰	30	5	6×10 ⁻⁸	1	最初と最後

表 2: Hg EDM 実験 [1, 3] と nEDM 実験の co-magnetometer の違い。

ライトシフトは semiclassical な形式を用いると以下の式で表わされる [6, 7]。

$$U_{\text{react}} = \frac{\hbar\Delta}{2} \ln \left[1 + \frac{\chi_0^2/2}{\Delta^2 + (\Gamma/2)^2} \right] \quad (24)$$

Δ は detuning で、 $\Delta = \omega - \omega_0$ である。ここで χ_0 はラビ周波数と呼ばれ、光の強度 I 、飽和強度 I_s 、崩壊幅 Γ と

$$\frac{2\chi_0^2}{\Gamma^2} = \frac{I}{I_s} \quad (25)$$

の関係がある。また飽和強度は以下のように表わされる。

$$I_s = \frac{\pi ch}{3\lambda^3(1/\Gamma)} \quad (26)$$

ここで Γ の単位は角速度である。飽和強度 I_s は原子の遷移準位によって決まっており、水銀の $6^1S_0-6^3P_1$ の場合は、 $\Gamma = 8.00 \times 10^6 \text{ sec}^{-1}$ [8] を用いると、

$$I_s = 102 \text{ W/m}^2 = 10.2 \text{ mW/cm}^2 \quad (27)$$

となる [9]。

$\Delta \ll \Gamma/2, I/I_s \ll 1$ の場合、

$$U \sim \frac{\hbar\chi_0^2\Delta}{2\Gamma^2} \quad (28)$$

$$\sim \frac{\hbar I \Delta}{2I_s} \quad (29)$$

となる。また、 $\Delta \gg \Gamma/2, \Delta \gg \chi_0/\sqrt{2}$ の場合、

$$U_{\text{react}} \sim \frac{\hbar\chi_0^2}{4\Delta} \quad (30)$$

$$\sim \frac{\hbar\Gamma^2 I}{8\Delta I_s} \quad (31)$$

となる。

ファラデー回転法ではレーザーの周波数を 6^3P_1 の ($F = 1/2$) と ($F = 3/2$) の中間に合わせる。この位置からの離調を Δ_M として、 Δ_M の原点付近でのライトシフトは ($\Delta_0/2 \gg \Delta_M$ を仮定すると)

$$U = \frac{\hbar\chi_0^2}{4\Delta} \left[\frac{1}{\Delta_M - \Delta_0/2} + \frac{1}{\Delta_M + \Delta_0/2} \right] \quad (32)$$

$$\sim \frac{\hbar\Gamma^2}{I_s\Delta_0^2} I \Delta_M \quad (33)$$

となる。ここで Δ_0 は2つの共鳴線周波数の差である。すなわち入射光の強度 I と detune Δ_M に比例する。

実際には式 (24) にドップラー広がりや圧力広がりを入れたものとなる。ここで、圧力広がりやドップラー広がり比べて十分小さいとして無視し、ドップラー広がり分布関数を $F_G(\omega)$ とすると、ライトシフトは

$$U(\Delta) = \frac{\hbar}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (\Delta - \Delta') \ln \left[1 + \frac{\chi_0^2/2}{(\Delta - \Delta')^2 + (\Gamma/2)^2} \right] F_G(\Delta') d\Delta' \quad (34)$$

となる。ここで

$$F_G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta^2}} \exp\left\{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\delta^2}\right\} \quad (35)$$

$$2\Delta_D = 2\omega_0 \sqrt{\frac{2k_B T \ln 2}{Mc^2}} \quad (36)$$

$$\delta = \omega_0 \sqrt{k_B T / Mc^2} = \Delta_D / \sqrt{2 \ln 2} \sim \Delta_D / 1.18 \quad (37)$$

である [10]。

プローブ光の周波数は $6^1S_0 - 6^3P_1(F = 1/2)$ から $6^1S_0 - 6^3P_1(F = 3/2)$ への遷移の中間に合わせる。それはこの周波数では光吸収断面積とライトシフトが小さい、円二色性が消されるためである。それぞれの波長を表3に示す。

Frequency (cm ⁻¹) [11]	Wavelength (nm)	F _g	F _e
39 411.946 3	253.730 174	1/2	1/2
39 412.684 7	253.725 421	1/2	3/2

表 3: ¹⁹⁹Hg 原子の吸収線。F_g, F_e はそれぞれ基底状態、励起状態の全角運動量の量子数。

入射光強度 $I = 1 \times 10^2$ W/m²、温度 $T = 300$ K の場合のライトシフトを図 10 に示す。さらに入射光子強度と detune=0 付近でのライトシフトの勾配を図 11 に示す。

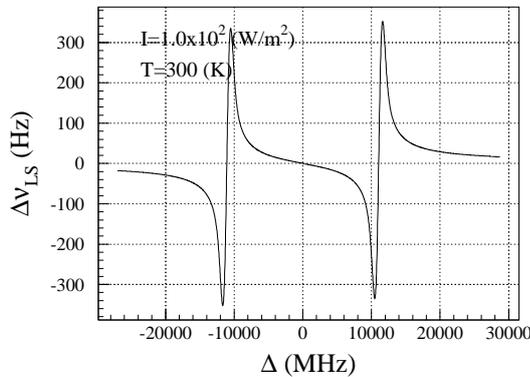


図 10: 温度 300K におけるドップラー広がり を考慮に入れた水銀原子のライトシフト。

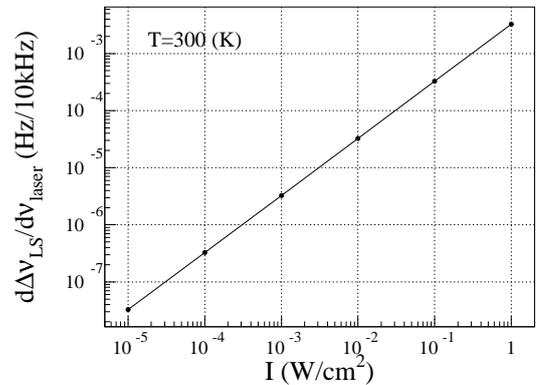


図 11: ライトシフトの入射光周波数に対する勾配と入射光強度の関係

1.4.2 入射角度誤差, 直線偏光からのずれによる影響

前述した式 (24) は図 12-(a) に示したように円偏光を量子化軸 (\mathbf{B}_0) と平行に入射した場合のものである。EDM 実験では \mathbf{B}_0 に対し垂直に直線偏光を入射するため、ライトシフトは小さくなる。

ここではこれによるライトシフトの補正係数を見積る。ライトシフトは直線偏光度 100%, 量子化軸と入射光伝搬軸が 90° の場合はゼロとなる。しかし実際の実験では偏光素子の不完全性により直線偏光度は 100% にならず円偏光成分がわずかに混じる。また、 \mathbf{B}_0 コイルとプローブ光軸の製作公差、アラインメントエラーにより角度は 90° からずれる。ここでは、これらの大きさを以下のように仮定する。

- 入射光軸- \mathbf{B}_0 間の角度の 90° からのずれは 1°
- 入射光の円偏光度は 4.5×10^{-3}

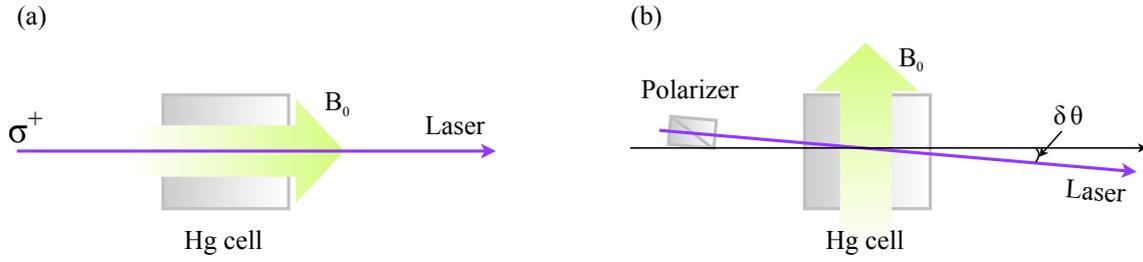


図 12: (a):ライトシフト最大となるセットアップ. (b):nEDM 実験におけるセットアップ

角度エラーについては実際に装置を組み立てた時に達成可能なおよその精度である。最後の項目の円偏光度については、市販品の直線偏光素子の消光比(カタログ値)を使って求めた値である。計算方法については Appendix E に述べる。

入射光の偏光状態を

$$\epsilon = \epsilon_L \frac{-\hat{x}' - i\hat{y}'}{\sqrt{2}} + \epsilon_R \frac{\hat{x}' - i\hat{y}'}{\sqrt{2}} \quad (38)$$

とし、入射ビーム進行方向と静磁場 (B_0) との角度を θ とするとライトシフトは

$$\Delta\nu = \nu_V (|\epsilon_L|^2 - |\epsilon_R|^2) m \cos \theta \quad (39)$$

と表わせる [12]。ここで θ は量子化軸と入射光の進行方向との間の角度である。図 12-(b) のように入射軸と量子化軸との間の角度が $\theta = 90^\circ + \delta\theta$ となっている場合

$$\cos \theta = \cos(90^\circ \pm \delta\theta) \sim \pm \delta\theta \quad (40)$$

となる。ここで $\delta\theta = 1^\circ$ とすると

$$\cos \theta \sim \pm 0.017 \quad (41)$$

となる。

プローブレーザービームの角度誤差、偏光子消光比(プローブ光の円偏光度)を考慮したライトシフトによる測定誤差は

$$\delta\nu_{LS} = 2\sqrt{\xi} \cdot \delta\theta \cdot \Delta\nu_{LS0} \quad (42)$$

となる。ここで $\Delta\nu_{LS0}$ は円偏光を静磁場 B_0 に対し平行に入射した場合のライトシフト量である。

1.4.3 許容プローブ光周波数変動

前節で示した式 (42) を用いて入射光の離調に対する $\delta\nu_{LS}$ の勾配を入射光強度の関数としてプロットしたものを図 13 に示す。目標のラーマー周波数測定精度を $\delta\nu_{\text{Hg}}$ とすると、入射プローブ光強度 I とプローブ光周波数変動 $\delta\nu_{\text{laser}}$ は $\Delta = 0$ 付近では式 (33) の近似が成り立ち、

$$I\delta\nu_{\text{laser}} = \frac{\delta\nu_{\text{Hg}}}{a} \quad (43)$$

と書ける。ここで a は定数で図 13 のプロットのフィット結果より、

$$a = 2.4 \times 10^{-7} \text{ Hz} \cdot (10 \text{ kHz})^{-1} \cdot \text{W}^{-1} \cdot \text{cm}^2 \quad (44)$$

$$= 2.4 \times 10^{-8} \text{ W}^{-1} \cdot \text{cm}^2 \quad (45)$$

となる。この関係式を目標精度 1×10^{-8} (1点鎖線), 1×10^{-9} (点線), 1×10^{-10} Hz (実線) についてプロットしたものを図 14 に示す。目標精度を達成するためにプローブ光に要求される性能はグラフの直線の左下の領域である。この図より $\delta\nu_{\text{Hg}} = 1 \times 10^{-9}$ Hz、 $I = 1 \times 10^{-3}$ W/cm² の場合、プローブ光の周波数変動は 40 kHz 以下にする必要があることがわかる。

ちなみに、磁場精度 δB とラーマー周波数精度 $\delta\nu_{\text{Hg}}$ は以下の関係がある。

$$\gamma\delta B = \delta\omega \quad (46)$$

$$\gamma = 0.4770 \times 10^8 \text{ s}^{-1}\text{T}^{-1} \quad (47)$$

$$\delta\omega = 2\pi\delta\nu_{\text{Hg}} \quad (48)$$

また

$$\delta B = 0.1 \text{ fT} \quad (49)$$

の時、

$$\delta\nu_{\text{Hg}} = 0.4770 \times 10^8 \times 0.1 \times 10^{-15} / (2\pi) \quad (50)$$

$$= 0.759 \times 10^{-9} \text{ Hz} \quad (51)$$

である。

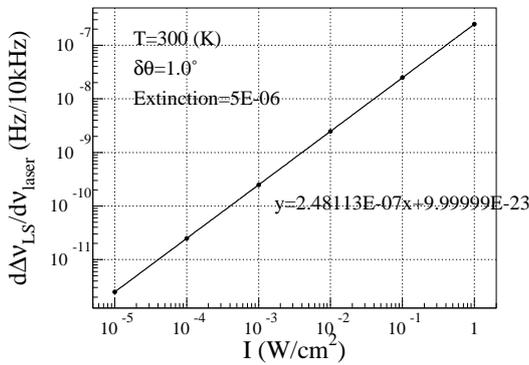


図 13: B_0 に対して垂直入射から 1° ずれた角度および消光比 5×10^{-6} の偏光子を通してプローブレザーを入射した時のライトシフトの周波数変化に対する勾配と入射光強度の関係

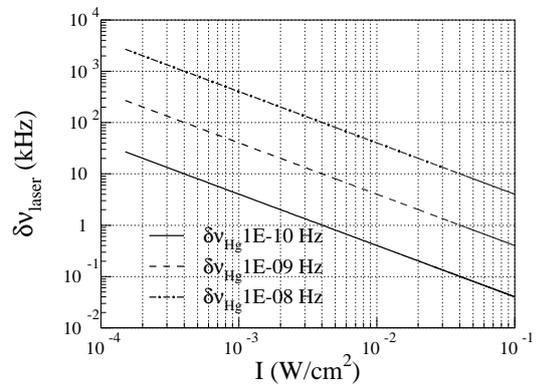


図 14: 入射レーザー強度 (I) と許容強度変動量 ($\delta\nu_{\text{laser}}$) の関係。各直線はそれぞれ目標とする ^{199}Hg ラーマー周波数測定精度 ($\delta\nu_{\text{Hg}}$) が異なる。

1.4.4 入射光強度変動に対する磁場測定精度

式 (33) より、ライトシフトは離調 Δ 及び光の強度 I に比例する。すなわち比例係数を A とすると、

$$\delta\nu_{\text{LS}}(I, \Delta) = A I \Delta \quad (52)$$

である。これを I で微分すると、

$$\frac{d\delta\nu_{\text{LS}}}{dI} = A \Delta \quad (53)$$

となる。図 24 に共鳴線から十分離れた $\Delta = 24$ MHz での入射光強度とライトシフトの関係を示す。このグラフを 1 次直線でフィットすることにより

$$\left. \frac{d\delta\nu_{\text{LS}}}{dI} \right|_{\Delta=24\text{MHz}} = 6.0 \times 10^{-4} \text{ Hz} \cdot \text{W}^{-1} \cdot \text{cm}^2, \quad (54)$$

$$= A \Delta, \quad (55)$$

$$A = 2.5 \times 10^{-11} \text{ W}^{-1} \cdot \text{cm}^2, \quad (56)$$

が得られる。

レーザ周波数の共鳴中心 ($\lambda = 253.7 \text{ nm}$) からの許容変位を $\delta\nu_{\text{laser}}$ 、目標とするラーマー周波数測定精度を $\delta\nu_{\text{Hg}}$ 、レーザ強度の許容変動を $\delta_R = \delta I/I$ とすると式 (52) は、

$$\delta\nu_{\text{Hg}} = AI\delta_R\delta_{\text{laser}} \quad (57)$$

となる。上式を変形し、 $I = 1 \times 10^{-3} \text{ W/cm}^2$ とすると

$$\delta_R\delta\nu_{\text{laser}} = \frac{\delta\nu_{\text{Hg}}}{AI} \quad (58)$$

$$= 4.0 \times 10^{13} \cdot \delta\nu_{\text{Hg}} [\text{Hz}] \quad (59)$$

となる。書き変えると、

$$(\text{周波数絶対精度}) \times (\text{強度変動率}) = 4.0 \times 10^{13} \cdot \delta\nu_{\text{Hg}} [\text{Hz}] \quad (60)$$

となる。この式を用いると、強度変動率を 3%程度 [13] に抑えた場合、目標周波数精度 $\delta\nu_{\text{Hg}}$ を 1 nHz とすると必要な周波数絶対精度は

$$(\text{周波数絶対精度}) = 4.0 \times 10^{13} \times 1 \times 10^{-9} / 0.03 \text{ Hz} \quad (61)$$

$$= 1.3 \text{ MHz} \quad (62)$$

となる。

図 16 は、式 (59) を用いてプローブ光強度変動率 (δ_R) を関数として周波数絶対精度 (δ_{laser}) をプロットしたものである。3つの直線のうち実線、点線、一点鎖線はそれぞれ目標周波数精度 δ_{Hg} を $1 \times 10^{10} \text{ Hz}$ 、 $1 \times 10^{-9} \text{ Hz}$ 、 $1 \times 10^{-8} \text{ Hz}$ としたものである。それぞれの直線の左下の領域が許される範囲である。

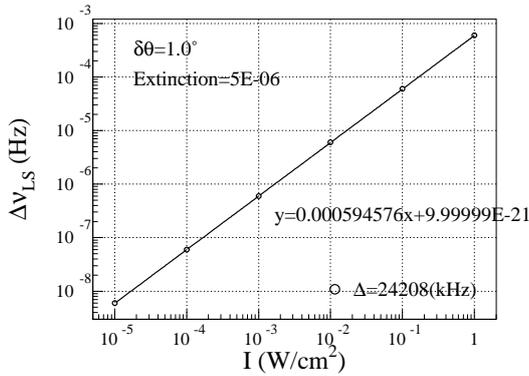


図 15: $\Delta = 24 \text{ MHz}$ における入射光強度とライトシフトの関係

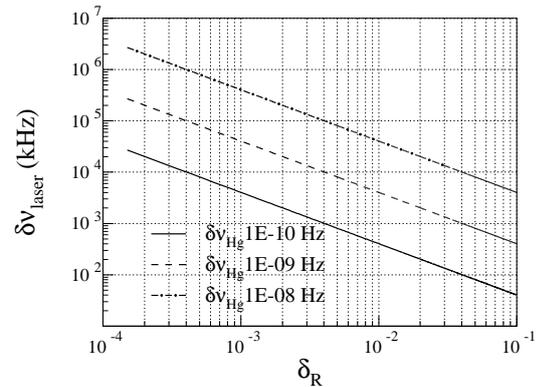


図 16: プローブ光の強度変動率 (δ_R) と周波数絶対精度 ($\delta\nu_{\text{laser}}$) の関係。各直線はそれぞれ目標とする ^{199}Hg ラーマー周波数測定精度 ($\delta\nu_{\text{Hg}}$) が異なる。

1.5 ファラデー回転法 Summary

- 1回のラムゼイ測定時間における水銀原子のショットノイズリミットは T_1 を 100 sec とした場合、 $I = 1 \times 10^{-3} \text{ W/cm}^2$ で 3 fT である。これを 0.1 fT 以下まで落とすために必要な時間は約 7.5 日間である。
- ライトシフトに起因する誤差を 1nHz 以下にするためにはレーザは以下の性能が必要。
 - 強度 $1 \times 10^{-3} \text{ mW/cm}^2$
 - 発振周波数変動 $< 40 \text{ kHz}$
 - 周波数絶対精度 $< 1.3 \text{ MHz}$
 - 強度変動 $< 3\%$

2 透過光強度変調測定法

2.1 測定方法概略

透過光強度変調測定法の概略図を図 17 に示す。 ^{199}Hg の吸収線に一致した円偏光を入射し、その透過光の強度変調の周波数から磁場を測定する。

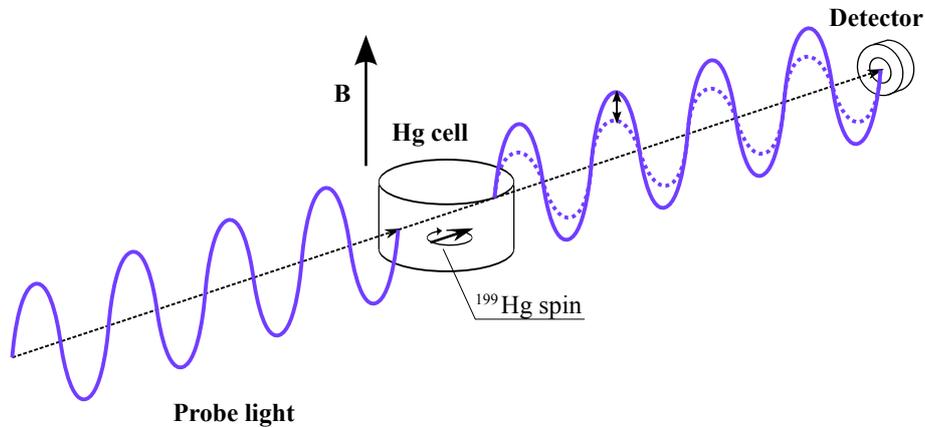


図 17: 透過光強度変調測定法セットアップ

2.2 統計誤差：プローブ光による偏極度の減衰

1.3.3 節と同じ方法で、プローブ光の吸収による減偏極の影響を見積る。レート方程式は同じものを用いる。Appendix C 式 (119) より吸収係数を計算した結果を図 18 に示す。この図より光吸収断面積は

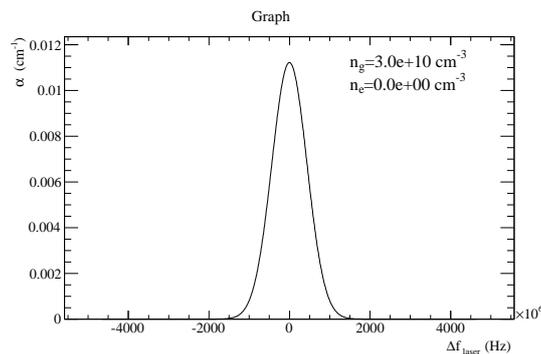


図 18: 吸収係数 (α_ν)

$$\sigma_{\text{abs}} = \alpha_\nu(\Delta f = 0)/n_g \quad (63)$$

$$= 11.2 \times 10^{-3} / 3.0 \times 10^{10} \quad (64)$$

$$= 3.7 \times 10^{-13} \text{ [cm}^2\text{]} \quad (65)$$

となる。この値を式 (21) に代入し遷移率 W_0 を求め、レート方程式 (12)-(15) を計算した。入射光強度を関数として緩和率をプロットしたものを図 19-(a) に示す。またこの結果を式 (2) に代入し、入射光強度とショットノイズリミットの間関係をプロットしたものを図 19-(b), -(c) に示す。緩和時間 $T_1 = 100 \text{ sec}$ の場合、 δB の最小値は入射光強度 $1 \times 10^{-7} \text{ W/cm}^2$ の時 $5 \times 10^{-14} \text{ T}$ となる。図-(c) から読みとられた各 T_1 でのショットノイズリミットを表 4 に示す。

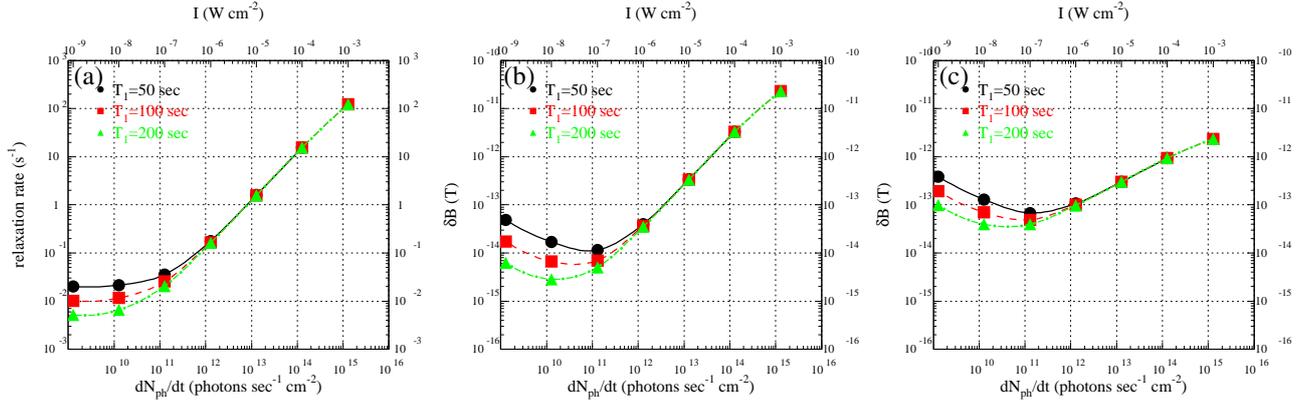


図 19: (a) 入射光強度と緩和率の関係。(b) ラムゼイ測定中に磁場変動がないと仮定した場合の入射光強度とショットノイズリミットの関係。(c) 磁場変動がある場合の入射光強度とショットノイズリミットの関係。 $n_{\text{cycl}} = 2$ とした。

T_1 [sec]	I [W/cm^2]	$\delta B_{\text{shot noise}}$ [T]
50	2×10^{-7}	7×10^{-14}
100	1×10^{-7}	5×10^{-14}
200	3×10^{-8}	4×10^{-14}

表 4: 強度変調法によるショットノイズリミット (ラムゼイ測定中に磁場変動がある場合)

2.2.1 統計誤差 0.1 fT に到達するまでの測定時間

$T_1 = 100$ sec の場合ショットノイズリミットは 5×10^{-14} T なので、磁場精度を 0.1 fT 以下にするには、1/500 だけ統計誤差を減らす必要がある。このためには 1 節と同様の議論より、 $500^2 = 2.5 \times 10^5$ セットのラムゼイ測定を行なう必要がある。このために必要な時間は

$$T_{\text{Meas}} = 2.5 \times 10^5 \times 720 [\text{sec}] = 1.8 \times 10^8 [\text{sec}] \quad (66)$$

$$= 2083 [\text{day}] \quad (67)$$

となる。

2.3 系統誤差：ライトシフト

2.3.1 許容周波数相対精度

入射光強度 $I = 1 \times 10^{-3} \text{ W}/\text{m}^2$ 、温度 $T = 300 \text{ K}$ におけるライトシフトを detune Δ を関数として図 20 にプロットした。また入射光子強度と $\Delta = 0$ 付近でのライトシフトの勾配を入射光強度 I を関数として図 21 にプロットする。このシフトは量子化軸方向 (\mathbf{B}_0) に円偏光レーザーを入射した場合のライトシフト量である。 \mathbf{B}_0 に対し垂直方向から 1° ずらして入射した場合のライトシフトを図 22 に示す。これは図 11 の縦軸に 0.017 倍したものである。式 (29) より入射プローブ光強度 I とプローブ光周波数変動 $\delta\nu_{\text{laser}}$ は $\Delta = 0$ 付近では定数 a を用いて以下の式で表わせる。

$$I\delta\nu_{\text{laser}} = \frac{\delta\nu_{\text{Hg}}}{a} \quad (68)$$

ここで a は図 22 より、

$$a = 0.0159 \text{ Hz} \cdot (10 \text{ kHz})^{-1} \cdot \text{W}^{-1} \cdot \text{cm}^2 \quad (69)$$

$$= 0.00159 \text{ W}^{-1} \cdot \text{cm}^2 \quad (70)$$

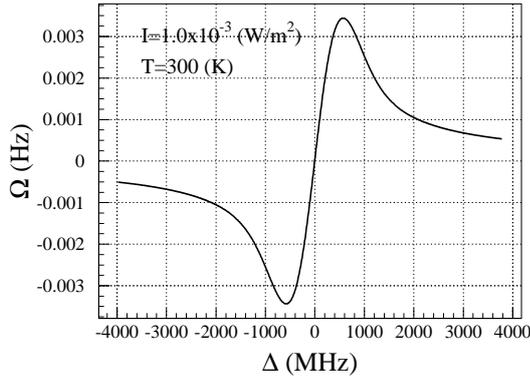


図 20: 温度 300K におけるドップラー広がり を考慮 に入れた水銀原子のライトシフト。

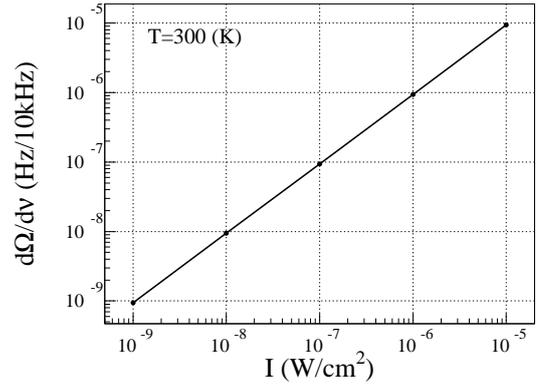


図 21: ライトシフト勾配と入射光強度の関係

である。式 (68) に上記の値を代入し、入射レーザー光強度と許容周波数変動の関係をプロットしたものを図 23 に示す。実線、点線、一点鎖線はそれぞれ、目標とするラーマー周波数測定精度 ($\delta\nu_{\text{Hg}}$) を 1×10^{-10} , 1×10^{-9} , 1×10^{-8} Hz としたものである。例えば目標精度を $\delta\nu_{\text{Hg}} < 1 \times 10^{-9}$ Hz とし、入射光強度が 1×10^{-7} W/cm² の時、周波数変動は 6 kHz 以下にしなければならない。

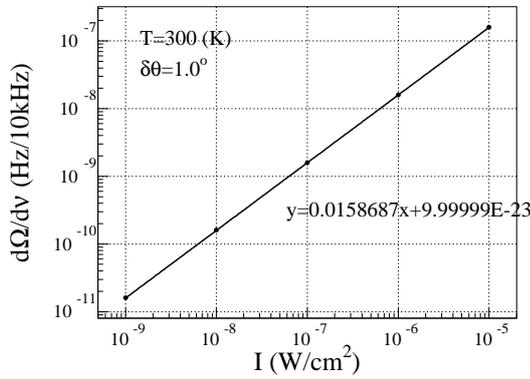


図 22: 伝搬方向が磁場方向に対し垂直から 1° ずれたプローブ光を入射した場合の光の周波数に対するライトシフト勾配と入射光強度の関係

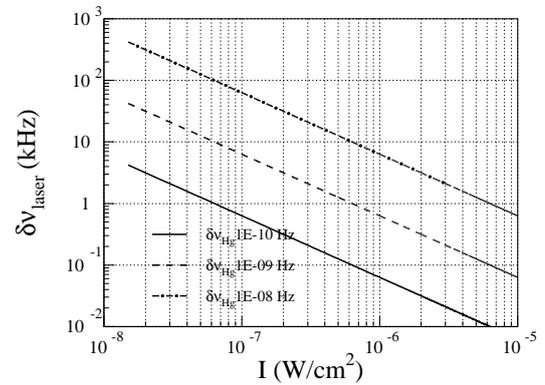


図 23: 入射レーザー強度 (I) と許容強度変動量 ($\delta\nu_{\text{laser}}$) の関係. 各直線はそれぞれ目標とする ^{199}Hg のラーマー周波数測定精度が異なる。

2.3.2 許容周波数絶対精度と強度変動率

図 24 に $\Delta = 7.7712\text{MHz}$ における入射光強度を関数としてライトシフト $\delta\nu_{\text{LS}}$ をプロットする。これを一次関数でフィットすると

$$\left. \frac{d\delta\nu_{\text{LS}}}{dI} \right|_{\Delta=7.8\text{MHz}} = 23 \text{ Hz} \cdot \text{W}^{-1} \cdot \text{cm}^2 \quad (71)$$

となる。

1.4.4 節と同様に

$$A = \frac{23}{7.8 \times 10^6} = 3.0 \times 10^{-6} \quad (72)$$

となり、 $I = 1 \times 10^{-7}$ W/cm² とすると

$$\delta_R \delta\nu_{\text{laser}} = \frac{\delta\nu_{\text{Hg}}}{AI} \quad (73)$$

$$= 0.33 \times 10^{13} \cdot \delta\nu_{\text{Hg}} [\text{Hz}] \quad (74)$$

となる。書き変えると、

$$(\text{周波数絶対精度}) \times (\text{強度変動率}) = 0.33 \times 10^{13} \cdot \delta\nu_{\text{Hg}} [\text{Hz}] \quad (75)$$

となる。上記の式を使うと入射光強度変動率が 3% [13] の場合、目標精度 $\delta\nu_{\text{Hg}} = 1 \text{ nHz}$ を達成するための周波数絶対精度は

$$(\text{周波数絶対精度}) = 0.33 \times 10^{13} \times 1 \times 10^{-9} / 0.03 \text{ Hz} \quad (76)$$

$$= 0.11 \text{ MHz} \quad (77)$$

となる。

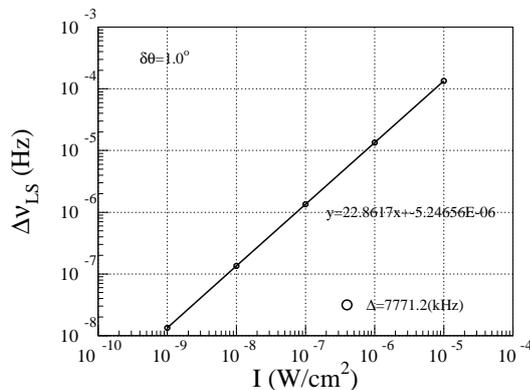


図 24: $\Delta = 7.8 \text{ MHz}$ における入射光強度とライトシフトの関係

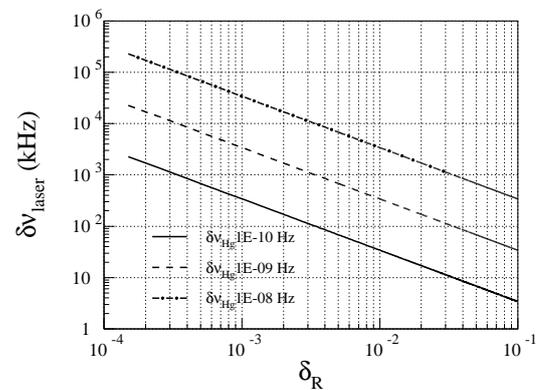


図 25: プローブ光強度変化率と絶対周波数精度の関係。

2.4 強度変調法 Summary

- ライトシフトに起因する誤差を 1nHz 以下にするためにはレーザは以下の性能が必要。
 - 強度 $< 1 \times 10^{-7} \text{ W/cm}^2$
 - 発振周波数変動 $< 6 \text{ kHz}$
 - 周波数絶対精度 $< 0.11 \text{ MHz}$
 - 強度変動 $< 3\%$
- 1 回のラムゼイ測定時間における水銀原子のショットノイズリミットは T_1 を 100 sec とした場合、 $5 \times 10^{-14} \text{ T}$ である。これを 0.1 fT 以下まで落とすためには約 2000 日測定する必要がある。

3 Summary

水銀磁束計に用いる方法としてファラデー回転法、強度変調法について検討した。これらのまとめを表 5 に示す。ファラデー回転法は強度変調法に比較して入射光強度は高いがその他のプローブ光に対する要求性能はゆるい。またショットノイズリミットを目標値まで下げるための時間も短い。ファラデー回転法でプローブレーザに要求される性能として周波数安定性、絶対精度はメーカーで保証可能な値ではないが、同程度の性能は得られている [14]。

A Energy level of mercury

^{199}Hg 原子のエネルギー準位を図 26 に示す。

	ファラデー回転法	強度変調法
入射光強度	$1 \times 10^{-3} \text{ W/cm}^2$	$1 \times 10^{-7} \text{ W/cm}^2$
許容共振周波数変動	< 40 kHz	< 6 kHz
許容周波数絶対精度	< 1.3 MHz	< 0.11 MHz
許容強度変動	<3%	<3%
測定時間	8 日	2000 日

表 5: ファラデー回転法と強度変調法によるプローブ光に対する要求性能とショットノイズリミットを 0.1 fT 以下にするために必要な測定時間

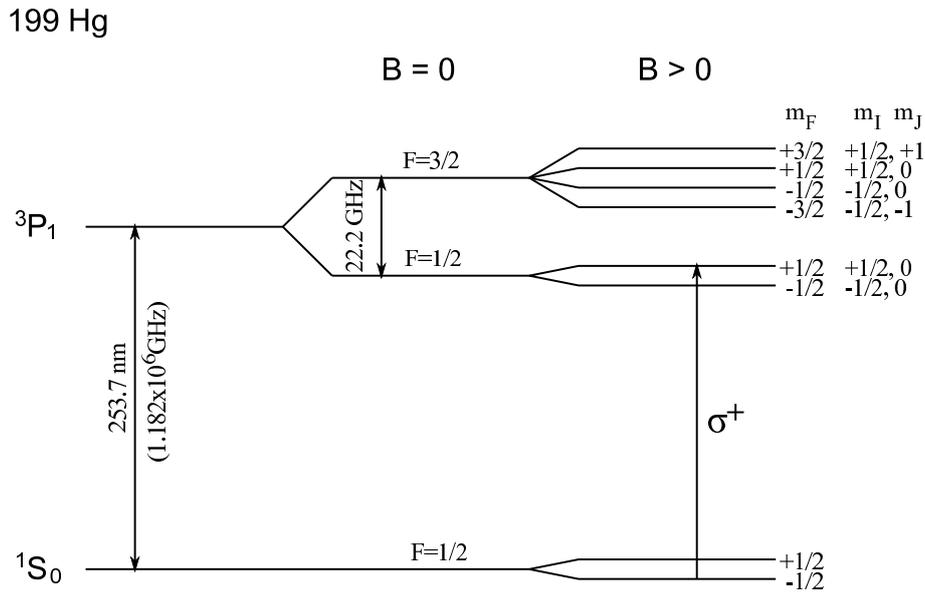


図 26: Energy level of Mercury 199 related to the Hg magnetometer

B ショットノイズリミットの導出

ショットノイズリミットを導出するため、以下のように単純化する。

- 実際には exponential で振幅が減衰するが、ここではモニター中の振幅は時定数の間は一定で時定数を過ぎると振幅は 0 となる。
- 振幅中心の直線との交点を横切る付近の測定点のみを用いる。
- 時間軸方向の誤差は無視する。

B.1 Ramsey 測定中に磁場が変動しない場合

1 回の Ramsey 測定中に磁場変動が無い場合について、測定誤差の analytical な式を導出する。ここで透過光を $I_0 \cos \omega t + I_c$ でフィットし、フィットで得られた ω を ω_0 とする。このパラメーターを用いて透過光のデータを以下の式を用いて位相に変換する。

$$\phi_i(t) = \omega_0 t_i + \phi_0 \tag{78}$$

$$y(x_i) = a + bx_i \tag{79}$$

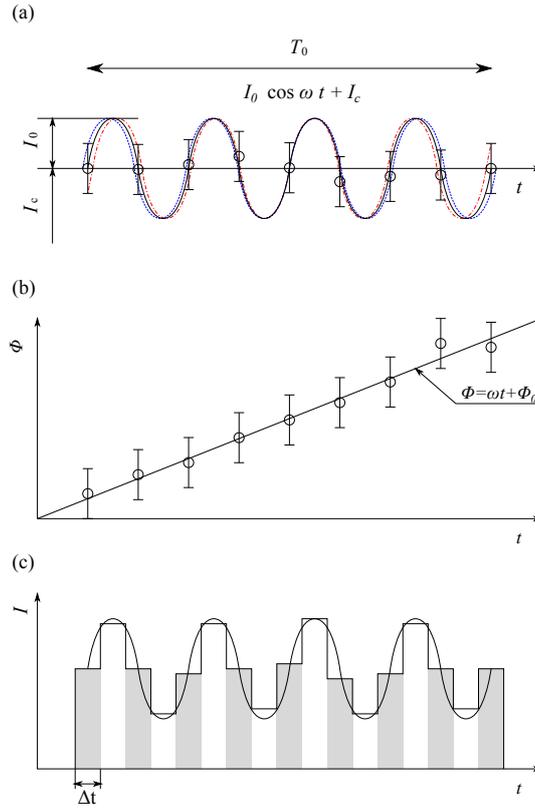


図 27: (a) 透過光時間プロファイル. (b) 時間 vs 位相. (c) bin 間隔の取り方

を最小 2 乗法でフィットした際のパラメータのエラーは y の分散 σ が等しい場合、

$$\sigma_a^2 = \frac{\sigma^2}{\Delta} \sum x_i^2 \quad (80)$$

$$\sigma_b^2 = \frac{n\sigma^2}{\Delta} \quad (81)$$

となる。ここで

$$\Delta = n \sum x_i^2 - \left(\sum x_i \right)^2 \quad (82)$$

である。

以上の結果を用いて $\delta\omega$ の解析式を求める。式 (81) より

$$(\delta\omega)^2 = \frac{N(\delta\phi)^2}{\Delta}. \quad (83)$$

また図 1 より

$$\delta\phi = \frac{\delta I}{I_0} \quad (84)$$

$$t_n = n\pi/\omega \quad (85)$$

$$N = \omega T_0/2\pi. \quad (86)$$

また (82) は、

$$\Delta = \frac{N\pi^2}{\omega^2} \frac{N(N+1)(2N+1)}{6} - \frac{\pi^2}{\omega^2} \frac{N^2(N+1)^2}{4} \quad (87)$$

$$= \frac{N^2\pi^2}{12\omega^2} (N^2 - 1) \quad (88)$$

となる。ここで

$$x_i = t_n \quad (89)$$

とした。これらの式を式 (83) 代に入すると、

$$(\delta\omega)^2 = \frac{12\omega^2}{\pi^2 N(N^2 - 1)} \left(\frac{\delta I}{I_0} \right)^2 \quad (90)$$

$n \gg 1$ なので、

$$(\delta\omega)^2 \sim \frac{12\omega^2}{\pi^2 N^3} \left(\frac{\delta I}{I_0} \right)^2 \quad (91)$$

式 (86) を上式に代入して、

$$(\delta\omega)^2 = \frac{12\pi}{\omega T_0^3} \left(\frac{\delta I}{I_0} \right)^2 \quad (92)$$

となる。その結果

$$\delta\omega = \sqrt{\frac{12\pi}{\omega T_0^3}} \frac{\delta I}{I_0} \quad (93)$$

が得られる。

$$\omega = \gamma B \quad (94)$$

より、

$$\delta B = \frac{\delta\omega}{\gamma} \quad (95)$$

$$= \frac{\sqrt{12\pi}}{\gamma \sqrt{\omega T_0^3}} \frac{\delta I}{I_0} \quad (96)$$

ここで、

$$\alpha = I_0 / I_c \quad (97)$$

$$0 < \alpha \leq 1 \quad (98)$$

とすると、透過光は

$$I_t = I_0 \cos \omega t + I_c \quad (99)$$

$$= I_c (\alpha \cos \omega t + 1), \quad (100)$$

$$I_0 = \alpha I_c \quad (101)$$

となる。また、ここでは、 $\omega t = n\pi/2$ となるデータのみを扱うので

$$I_t \sim I_c \quad (102)$$

よって、

$$\delta B = \frac{\sqrt{12\pi}}{\alpha \gamma \sqrt{\omega T_0^3}} \frac{\delta I_c}{I_c}. \quad (103)$$

ここで I は透過光時間プロファイルをプロットした時の時間分割幅あたりの全光子数である。すなわち

$$I_c = \dot{N}_{\text{phc}} \Delta t \quad (104)$$

$$I_0 = \dot{N}_{\text{ph0}} \Delta t \quad (105)$$

$$= \alpha \dot{N}_{\text{phc}} \Delta t \quad (106)$$

ここで

$$\Delta t = \pi / (2\omega) \quad (107)$$

とする (1 周期の 1/4) と

$$I_c = \pi \dot{N}_{\text{phc}} / (2\omega). \quad (108)$$

光子数のゆらぎは統計からのみ生じるとすると、

$$\delta I_c = \sqrt{\pi \dot{N}_{\text{phc}} / (2\omega)} \quad (109)$$

となる。したがって、

$$\delta B = \frac{2\sqrt{6}}{\alpha\gamma \sqrt{T_0^3 \dot{N}_{\text{phc}}}} \quad (110)$$

となる。

B.2 Ramsey 測定中に磁場が変動する場合

Ramsey 測定では 150 sec 間中性子の Free Larmor 回転角を測定する。その間約 150sec の間に磁場が変動する場合は最初と最後の水銀のラーマー歳差信号を用いる。その際は、 $2n\pi$ を含めた両端での位相差から平均磁場を算出する。そうすると周期の誤差は以下の式で表わされる [15]。

$$\sigma_f^2 = \frac{2}{\pi^2} \frac{1}{\alpha^2 N_{\text{cs}}} \frac{1}{T_0^2} \quad (111)$$

ここで、 ω_L は水銀の Larmor 周波数、 N_{cs} は位相を求める領域の全光子数である。フィットに用いる最初と最後信号の周期を n_{cycl} とすると

$$N_{\text{cs}} = \dot{N}_{\text{ph}} t_s \quad (112)$$

$$= \dot{N}_{\text{ph}} 2\pi n_{\text{cycl}} / \omega_L \quad (113)$$

より、

$$\sigma_f^2 = \frac{\omega_L}{\pi^3 n_{\text{cycl}} \alpha^2 \dot{N}_{\text{ph}} T_0^2} \quad (114)$$

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{\omega_L}{\pi^3 n_{\text{cycl}} \alpha^2 \dot{N}_{\text{ph}}}} \frac{1}{T_0} \quad (115)$$

となる。磁場の誤差に換算すると

$$\delta B = 2\pi\sigma_f / \gamma \quad (116)$$

$$= \frac{2}{\alpha\gamma} \sqrt{\frac{\omega_L}{\pi n_{\text{cycl}} \dot{N}_{\text{ph}}}} \frac{1}{T_0} \quad (117)$$

となる。

C 水銀原子の光吸収断面積

媒質の透過率を T_ν とすると、

$$T_\nu = \exp(-\alpha_\nu L) \quad (118)$$

と表わされる。ここで

$$\alpha_\nu = K_{\text{eg}} G(\nu) \quad (119)$$

$$K_{\text{eg}} = \frac{\lambda_{\text{eg}}^2 A_{\text{eg}}}{8\pi c} \left(\frac{g_e}{g_g} n_G - n_E \right) \quad (120)$$

$$= \frac{\lambda_{\text{eg}}^2 A_{\text{eg}}}{8\pi c} (n_g - n_e) g_e \quad (121)$$

$$G(\nu) = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_D} \exp\left[-\frac{4\ln 2(\nu - \nu_0)}{\Delta\nu_D^2}\right] \quad (122)$$

である [11]。ここで、 n_g, n_e はそれぞれ基底準位、励起準位の原子数密度、 n_G, n_E はそれぞれ基底準位、励起準位の population density, g_g 及び g_e は基底準位と励起準位の縮退度であり、

$$g_g = 2F_g + 1 \quad (123)$$

$$g_e = 2F_e + 1 \quad (124)$$

と表わされる。また、 n_g と n_G, n_e と n_E は以下の式の間がある [16]。

$$n_g = \frac{n_G}{2F_g + 1} \quad (125)$$

$$n_e = \frac{n_E}{2F_e + 1} \quad (126)$$

励起状態が 2 準位の場合、吸収係数は

$$\alpha_\nu = \alpha_\nu^{(F_1)} + \alpha_\nu^{(F_2)} \quad (127)$$

となる。

$F = 1/2$ と $F = 3/2$ の 2 準位を考慮に入れた吸収係数を図 28 に示す。入射光の波長を $F = 1/2$ と $F = 3/2$ の中心に合わせると、吸収長は ^{199}Hg 蒸気密度が $N = 3.0 \times 10^{10} \text{ atoms/cm}^3$ の場合、

$$\alpha_\nu = 6 \times 10^{-8} \text{ cm}^{-1} \quad (128)$$

となり、光吸収断面積は

$$\sigma_{\text{phot}} = 2 \times 10^{-18} \text{ cm}^2 \quad (129)$$

となる。

D ファラデー回転

ファラデー回転角は以下の式より求められる [17]。

$$\phi = \frac{\omega L}{2c} (n_+ - n_-) \quad (130)$$

ここで ω はプローブ光の角周波数、 L は媒質の長さ、 c は光速である。 n_+, n_- は媒質のスピン方向がプローブ光進行方向に対し平行、反平行の時の屈折率である。

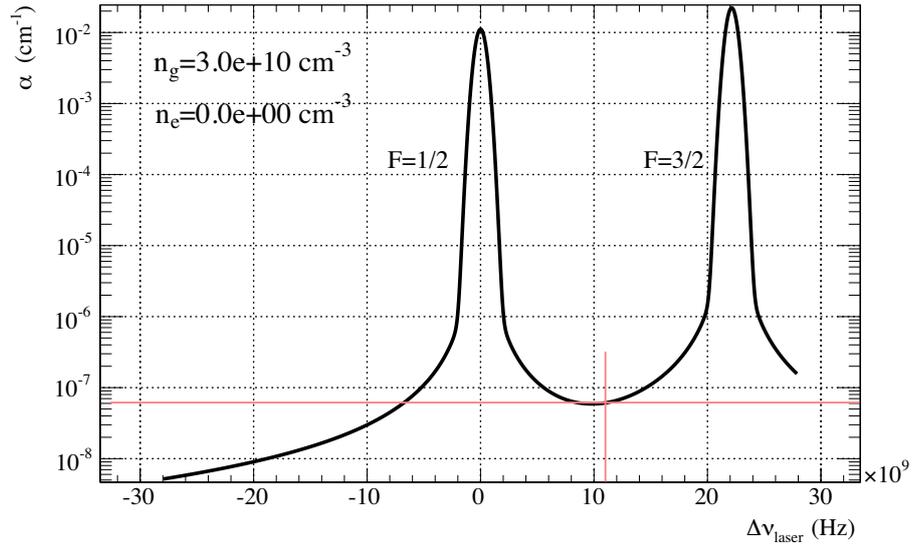


図 28: ^{199}Hg の $6^1\text{S}_0-6^3\text{P}_1(F=1/2)$ 及び $6^1\text{S}_0-6^3\text{P}_1(F=3/2)$ の 2 準位を考慮した光の吸収係数.

また The electric dipole moment μ_e can be written as

$$\mu_e^2 = \frac{e^2 \sigma_0 \Gamma}{8\pi \alpha_f \omega_0} \quad (131)$$

where α_f is the fine structure constant, e is the charge of an electron. σ_0 は原子の光吸収断面積であり

$$\sigma_0 \equiv 6\pi \left(\frac{c}{\omega_0} \right)^2 \quad (132)$$

と表わされる。 Γ is the natural full linewidth of the transition in angular frequency. 水銀の場合 [8]、

$$\Gamma_{\text{Hg}} = 8.00 \times 10^6 \text{ s}^{-1} \quad (133)$$

である。

また屈折率は以下の式により書き表わされる [17]。

$$n_{\pm} = 1 + \frac{2\pi \alpha_f c \mu_e^2}{e^2} \left(g^{(3/2)} N_{\pm 1/2} + \frac{2}{3} g^{(1/2)} N_{\mp 1/2} + \frac{1}{3} g^{(3/2)} N_{\mp 1/2} \right) \quad (134)$$

where $g(F')$ is the dispersive function at the center frequency $\omega(F')$, which is the resonance frequency between the ground and each hyperfine excited state F' , and $N_{\pm 1/2}$ is the number density of atoms in the ground state $m_I = \pm 1/2$, respectively. また dispersive function, g は以下の式で表わされる。

$$g_{m_j'} = \frac{\omega_{m_j'} - \omega}{(\omega_{m_j'} - \omega)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (135)$$

E 円偏光度の見積り

消光比 ξ の偏光子を通したプローブ光の円偏光度を求める。式 (38) より、

$$\epsilon_x = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\epsilon_L + \epsilon_R) \quad (136)$$

$$\epsilon_y = \frac{i}{\sqrt{2}} (-\epsilon_L - \epsilon_R) \quad (137)$$

である。上2式を掛け算すると

$$\epsilon_x \epsilon_y^* = \frac{1}{2} (|\epsilon_L|^2 - |\epsilon_R|^2) \quad (138)$$

となる。ここで、偏光子の消光比を ξ とすると、

$$\frac{|\epsilon_y|^2}{|\epsilon_x|^2} = \xi \quad (139)$$

となる。規格化条件より

$$|\epsilon_x|^2 + |\epsilon_y|^2 = 1 \quad (140)$$

となるので、式(139),(140)より

$$\epsilon_x \epsilon_y^* = \sqrt{\xi} |\epsilon_x|^2 \quad (141)$$

$$= \sqrt{\xi} (1 + \xi)^{-2} \quad (142)$$

$$\sim \sqrt{\xi} \quad (143)$$

式(138)より

$$|\epsilon_L|^2 - |\epsilon_R|^2 = 2\epsilon_x \epsilon_y^* \quad (144)$$

$$= 2\sqrt{\xi}. \quad (145)$$

市販のプリズムで得られる消光比は

$$\xi = 5 \times 10^{-6} (\lambda = 633 \text{ nm}) \quad (146)$$

である (DUVGT-08:光学技研, <http://www.kogakugiken.co.jp/products/polarizer01.html>) ので得られる円偏光度は

$$|\epsilon_L|^2 - |\epsilon_R|^2 = 2\sqrt{5 \times 10^{-6}} = 4.5 \times 10^{-3} \quad (147)$$

となる。

参考文献

- [1] W. C. Griffith, M. D. Swallows, T. H. Loftus, M. V. Romalis, B. R. Heckel, E. N. Fortson, Improved limit on the permanent electric dipole moment of ^{199}Hg , Phys. Rev. Lett. 102 (2009) 101601.
- [2] C. A. Baker, D. D. Doyle, P. Geltenbort, K. Green, M. G. D. van der Grinten, P. G. Harris, P. Iaydjiev, S. N. Ivanov, D. J. R. May, J. M. Pendlebury, J. D. Richardson, D. Shiers, K. F. Smith, Improved experimental limit on the electric dipole moment of the neutron, Phys. Rev. Lett. 97 (13) (2006) 131801. doi:10.1103/PhysRevLett.97.131801.
- [3] B. Heckel, New results from a search for the permanent electric dipole moment (EDM) of ^{199}Hg , in: Presentation at The 4th International Workshop "From Parity Violation to Hadronic Structure and more...", Bar Harbor, Maine, USA, 2009.
URL <http://web.mit.edu/pavi09/speakerlist.html>
- [4] D. Tupa, L. W. Anderson, Effect of radiation trapping on the polarization of an optically pumped alkali-metal vapor in a weak magnetic field, Phys. Rev. A 36 (5) (1987) 2142–2147. doi:10.1103/PhysRevA.36.2142.
- [5] A. Yariv, Optical Electronics in Modern Communications, 5th Edition, Maruzen Co., LTD., 2000.
- [6] S. Stenholm, Laser cooling and trapping, European Journal of Physics 9 (4) (1988) 242. doi:10.1088/0143-0807/9/4/001.
URL <http://stacks.iop.org/0143-0807/9/i=4/a=001>

- [7] V. I. Balykin, V. G. Minogin, V. S. Letokhov, Electromagnetic trapping of cold atoms, *Reports on Progress in Physics* 63 (9) (2000) 1429. doi:10.1088/0034-4885/63/9/202.
URL <http://stacks.iop.org/0034-4885/63/i=9/a=202>
- [8] NIST atomic spectra database, web.
URL <http://www.nist.gov/pml/data/asd.cfm>
- [9] T. Walther, Prospects of trapping neutral mercury, *J. Mod. Opt.* 54 (2007) 2523–2532. doi:10.1080/09500340701639581.
- [10] R. Loudon, *Quantum Theory of Light*, 2nd Edition, Oxford University Press, 1983.
- [11] T. N. Anderson, J. K. Magnuson, R. P. Lucht, Diode-laser-based sensor for ultraviolet absorption measurements of atomic mercury, *Appl Phys B* 87 (2) (2007-04-01) 341–353. doi:10.1007/s00340-007-2604-z.
URL <http://dx.doi.org/10.1007/s00340-007-2604-z>
- [12] M. V. Romalis, E. N. Fortson, Zeeman frequency shifts in an optical dipole trap used to search for an electric-dipole moment, *Phys. Rev. A* 59 (6) (1999) 4558. doi:10.1103/PhysRevA.59.4547.
URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.59.4547>
- [13] TOPICA Photonics AG, Specifications of Frequency Quadrupled Diode Lasers, TA-FHG pro (Mar 2009).
URL <http://www.toptica.com/>
- [14] J. Paul, Y. Kaneda, T.-L. Wang, C. Lytle, J. V. Moloney, R. J. Jones, Doppler-free spectroscopy of mercury at 253.7 nm using a high-power, frequency-quadrupled, optically pumped external-cavity semiconductor laser, *Opt. Lett.* 36 (1) (2011) 61–63. doi:10.1364/OL.36.000061.
URL <http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-36-1-61>
- [15] Y. Chibane, S. K. Lamoreaux, J. M. Pendlebury, K. F. Smith, Minimum variance of frequency estimations for a sinusoidal signal with low noise, *Measurement Science and Technology* 6 (12) (1995) 1671. doi:10.1088/0957-0233/6/12/004.
URL <http://stacks.iop.org/0957-0233/6/i=12/a=004>
- [16] R. P. Lucht, S. Roy, T. A. Reichardt, Calculation of radiative transition rates for polarized laser radiation, *Progress in Energy and Combustion Science* 29 (2) (2003) 115–137. doi:10.1016/S0360-1285(02)00044-8.
- [17] M. Takeuchi, T. Takano, S. Ichihara, Y. Tkasu, M. Kumakura, T. Yabuzaki, Y. Takahashi, Paramagnetic faraday rotation with spin-polarized ytterbium atoms, *Appl. Phys. B* 83 (2006) 107–114. doi:10.1007/s00340-006-2136-y.