

殻模型による原子核構造の記述(1)

宇都野穰

国立研究開発法人日本原子力研究開発機構・先端基礎研究センター
東京大学原子核科学研究所センター

本講義の内容

1コマ目

独立粒子模型 (Meyer-Jensenの殻模型)



配位混合 (殻模型計算)

- 二核子配位について具体的な計算を少し
- 有効相互作用、有効演算子



2コマ目

大規模殻模型計算

- 現実的には計算機が必要
- なぜ何億次元もの「対角化」ができるか？
- ランチョス法
- モンテカルロ殻模型

核構造の基礎

- 液滴模型

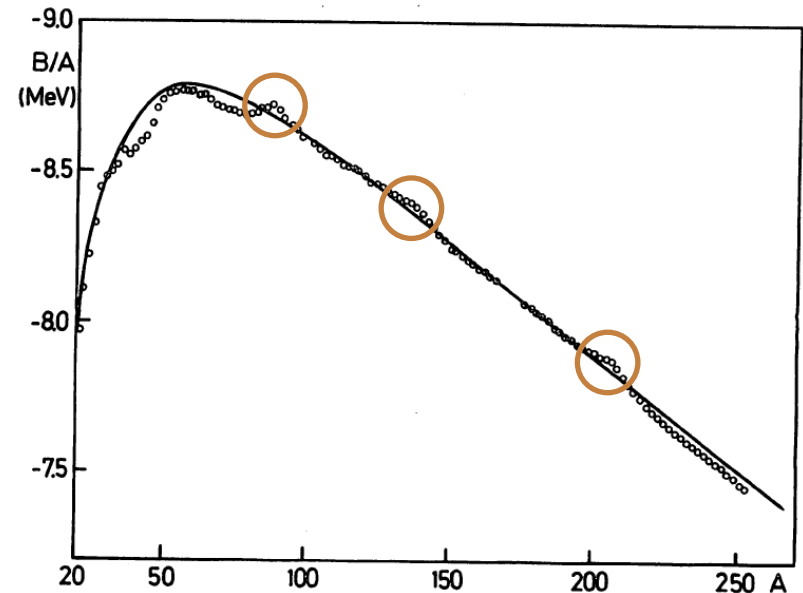
原子核の束縛エネルギーの大部分を説明する。

$$BE(N,Z) = a_V A + a_S A^{2/3} + a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_I \frac{(N-Z)^2}{A} - \delta(A)$$

ここで、 $\delta(A)$ は対エネルギーで、偶偶核では正、奇核ではゼロ、奇奇核ではマイナス。

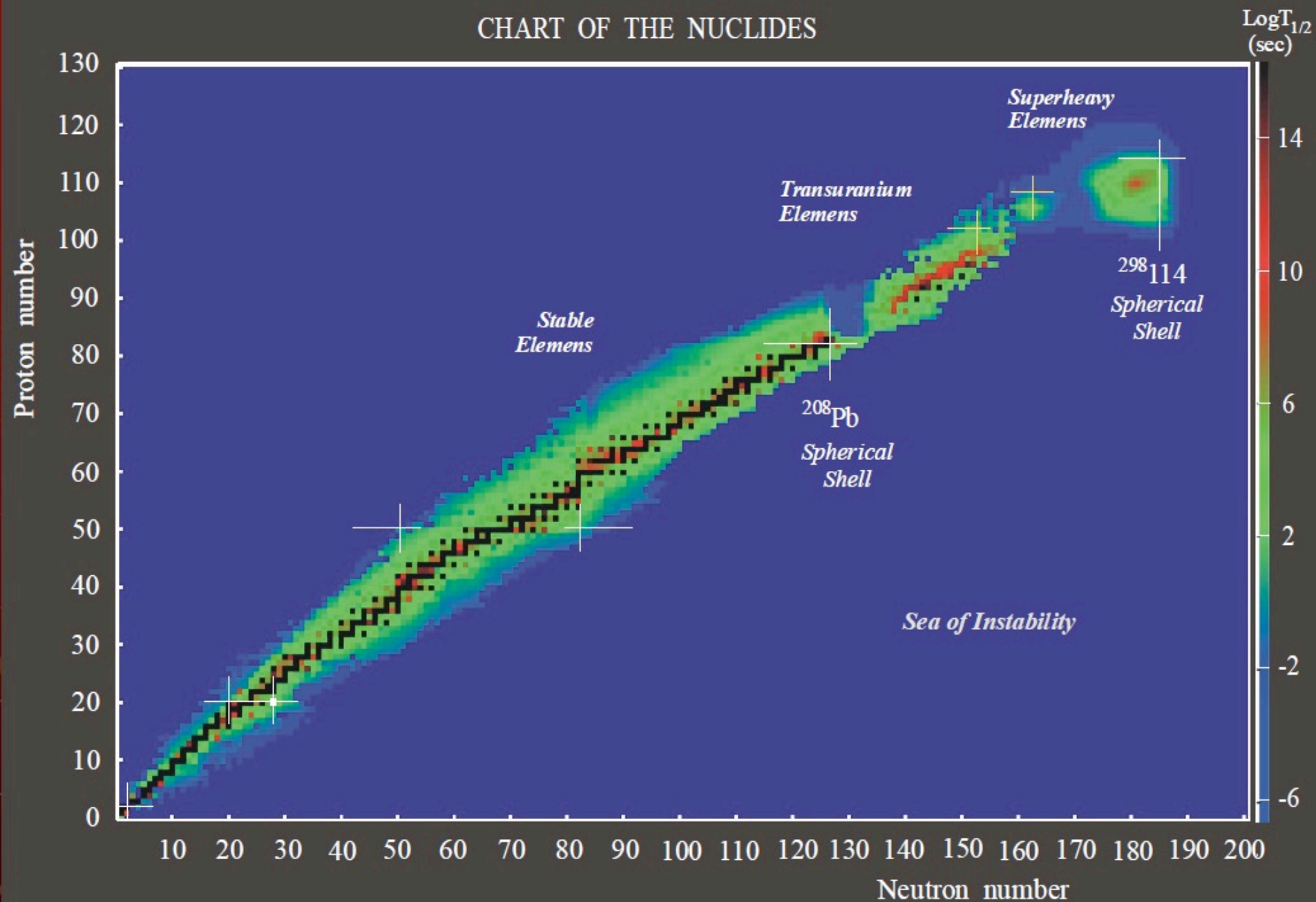
- 実験値を非常によく説明するが、「わずかな」ずれもある。

核子あたりの束縛エネルギー：
実験値とワイツゼッカー・ベータの
公式との比較

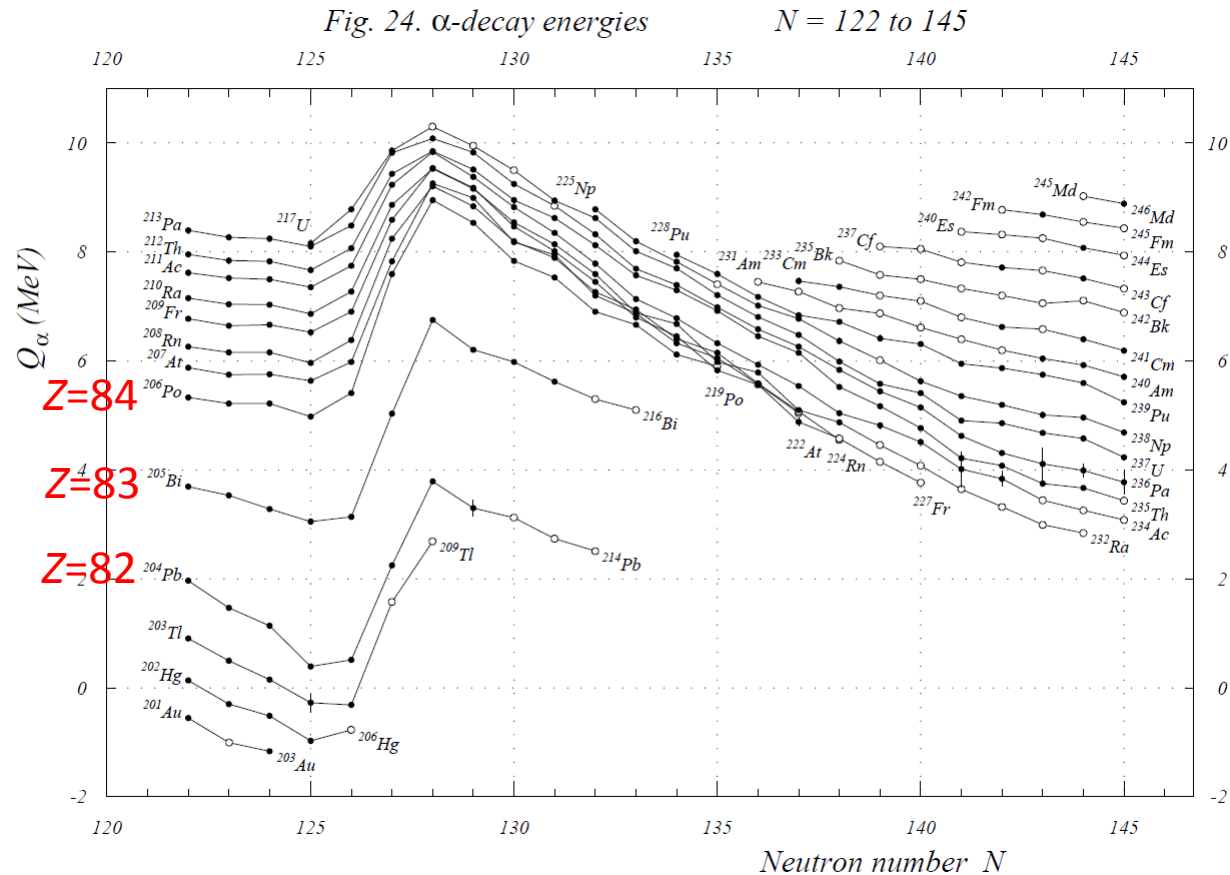
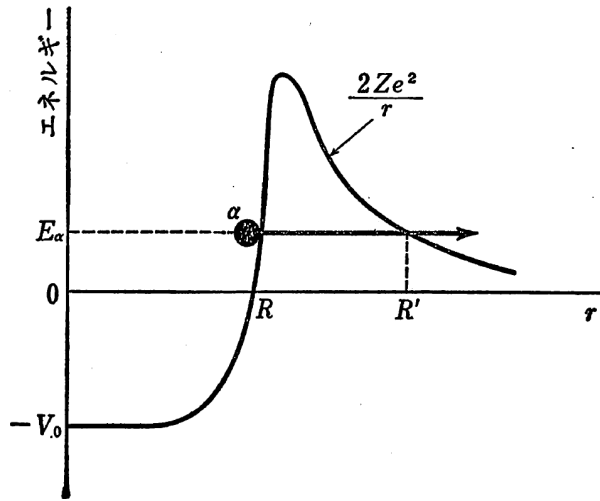


核分裂エネルギーを説明する

CHART OF THE NUCLIDES



アルファ崩壊から



- 束縛エネルギー全体はGeVにも達しうるが、原子核の性質自体はほとんどの場合、MeV程度のもので決定される。
- 殻効果は、その最も重要な要素の一つである。

魔法数＝閉殻構造をもつ核子数

- 原子における希ガスに対応

第一イオン化ポテンシャル

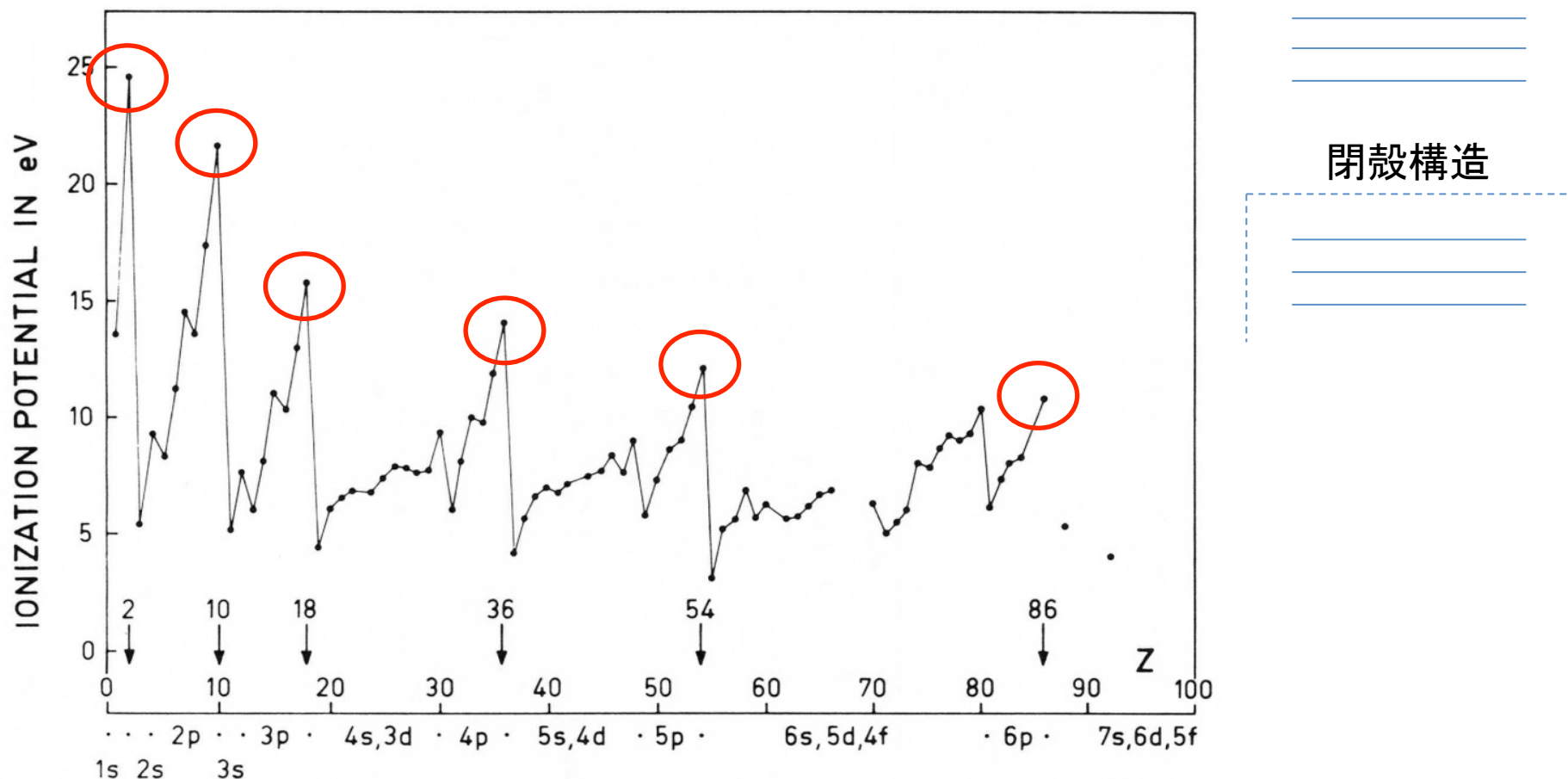


Figure 2-13 The values of the atomic ionization potentials are taken from the compilation by Moore (1949). The dots under the abscissa indicate closed shells.

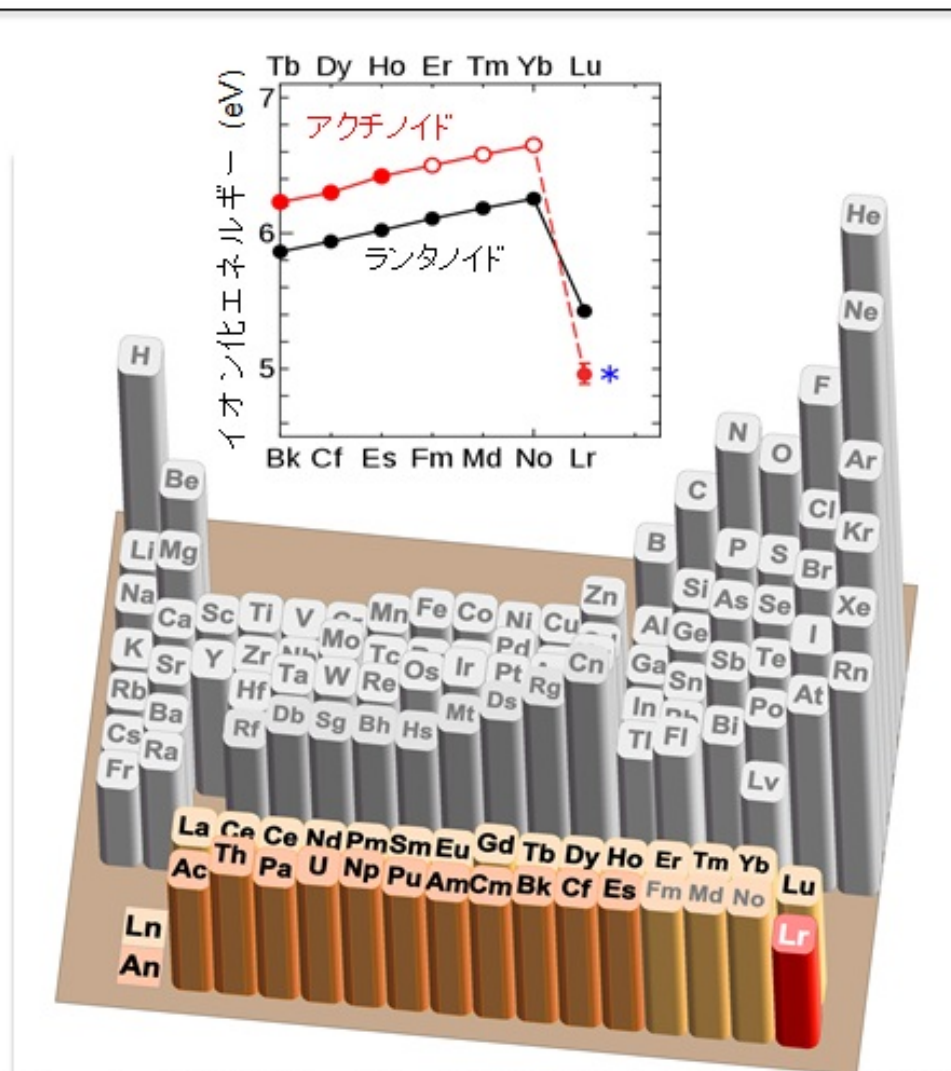
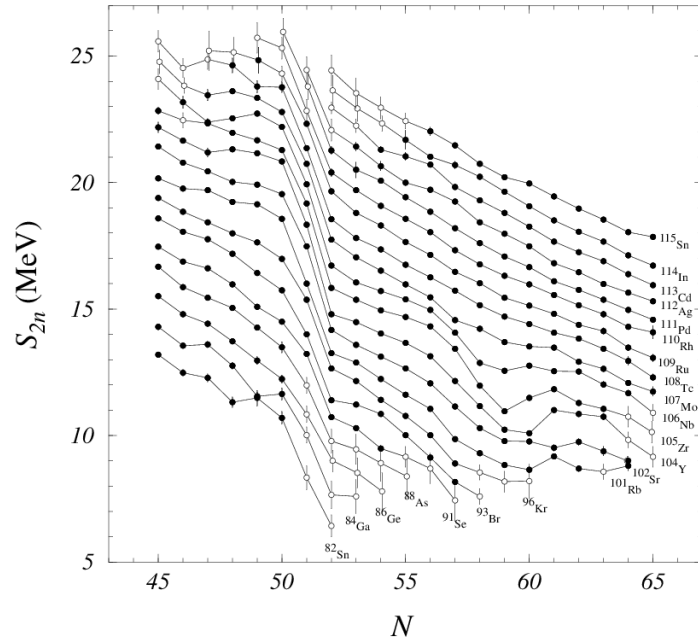


図3 重ランタノイド(黒)と重アクチノイド(赤)領域のイオン化エネルギー(上)と、イオン化エネルギーの値を高さで表した元素の周期表(下)。「アクチノイド(An)」のイオン化エネルギーが「ランタノイド(Ln)」に見られる傾向と一致した。(アクチノイドの○は予測値、他の●●は実測値、*は今回新たに計算した理論値)

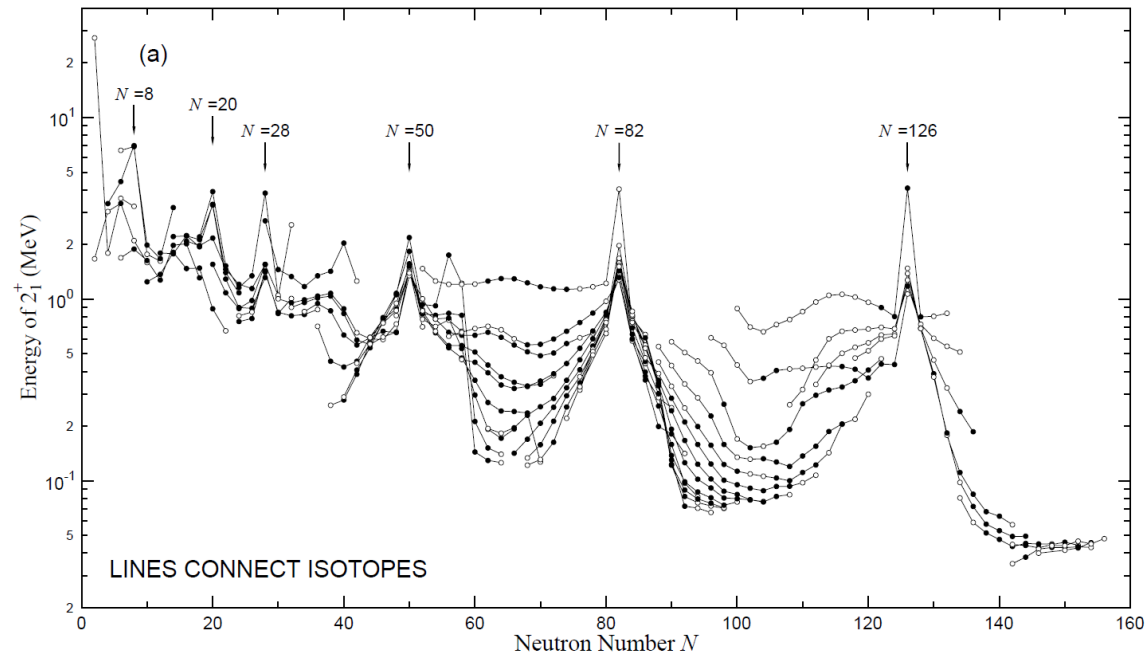
原子核の魔法数

2中性子分離エネルギー



AME1993のデータから

偶偶核の第一 2^+ 準位



S. Raman et al. At. Data Nucl. Data Tab. 78,1 (2001)

- 束縛エネルギーにおいては原子ほどではないが、明らかな異常性
- 古典的魔法数: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, ...
 - 2^+ 準位からは、古典的魔法数でないものの片鱗も。

核子に働くポテンシャル

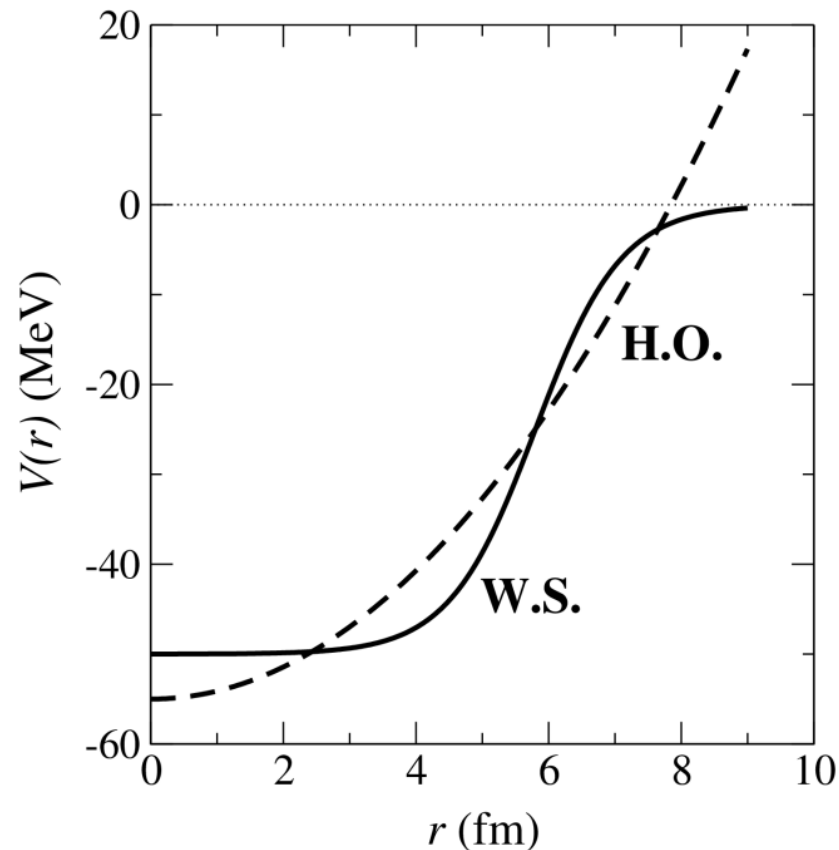
- 密度の飽和性と核力が短距離であることから、Woods-Saxon型の中心力

$$V(r) = V_0 [1 + \exp((r - R_0)/a)]^{-1}$$

で良く近似される。この解は、解析的に解が得られる調和振動子ポテンシャル

$$V(r) = M/2 \omega_0^2 (r^2 - R_0^2)$$

をもとに議論するとわかりやすい



ポテンシャル模型の一粒子準位と魔法数

- 調和振動子のエネルギー準位

$$E(N) = \hbar\omega \left(N + \frac{3}{2} \right)$$

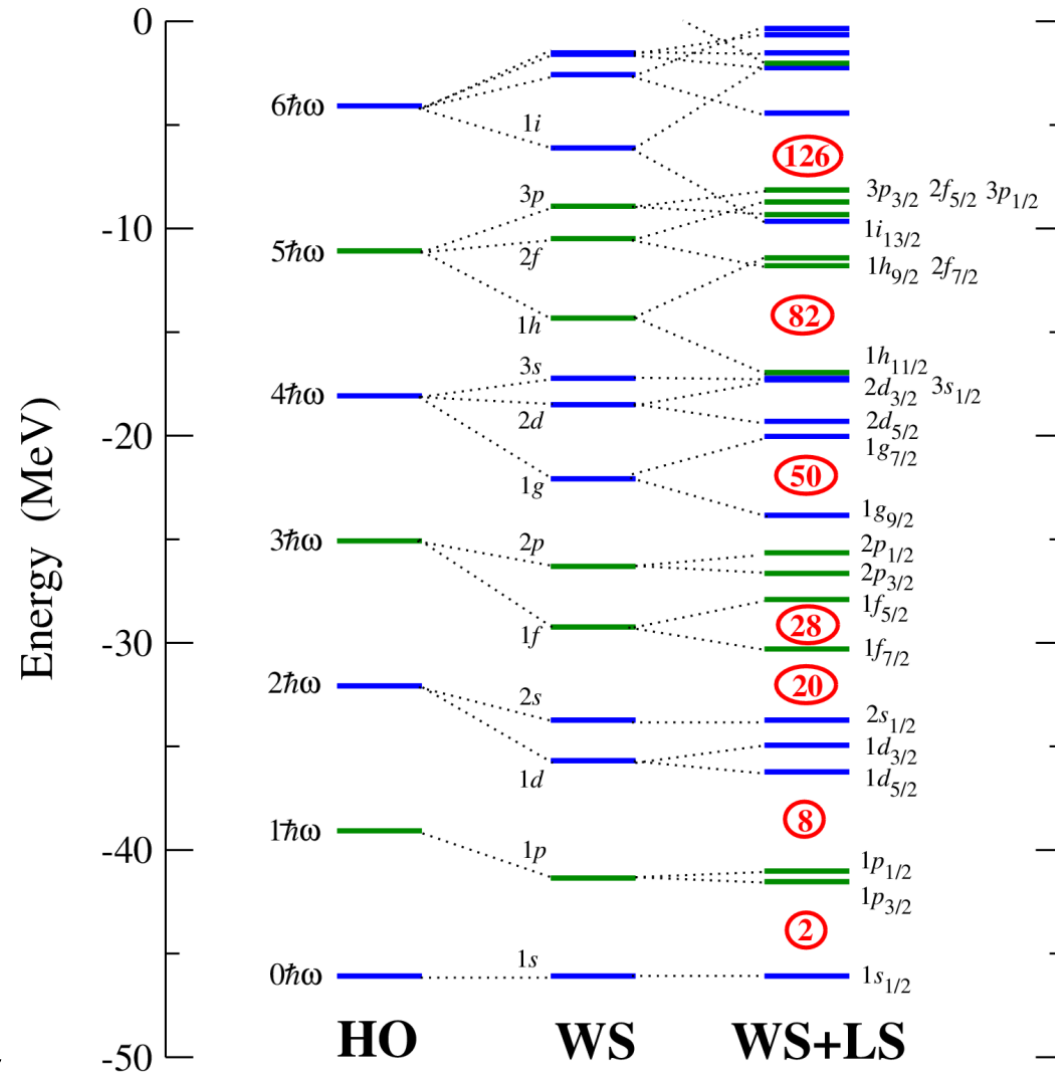
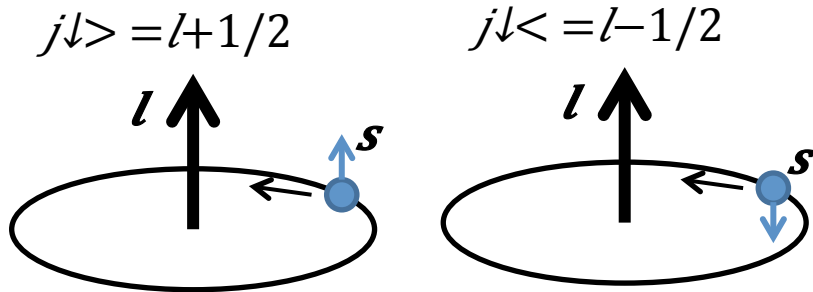
$$N = 2n + l$$

$$\text{縮退度} = (N+1)(N+2)/2$$

$$\text{パリティ} = (-1)^l$$

- スピン軌道相互作用

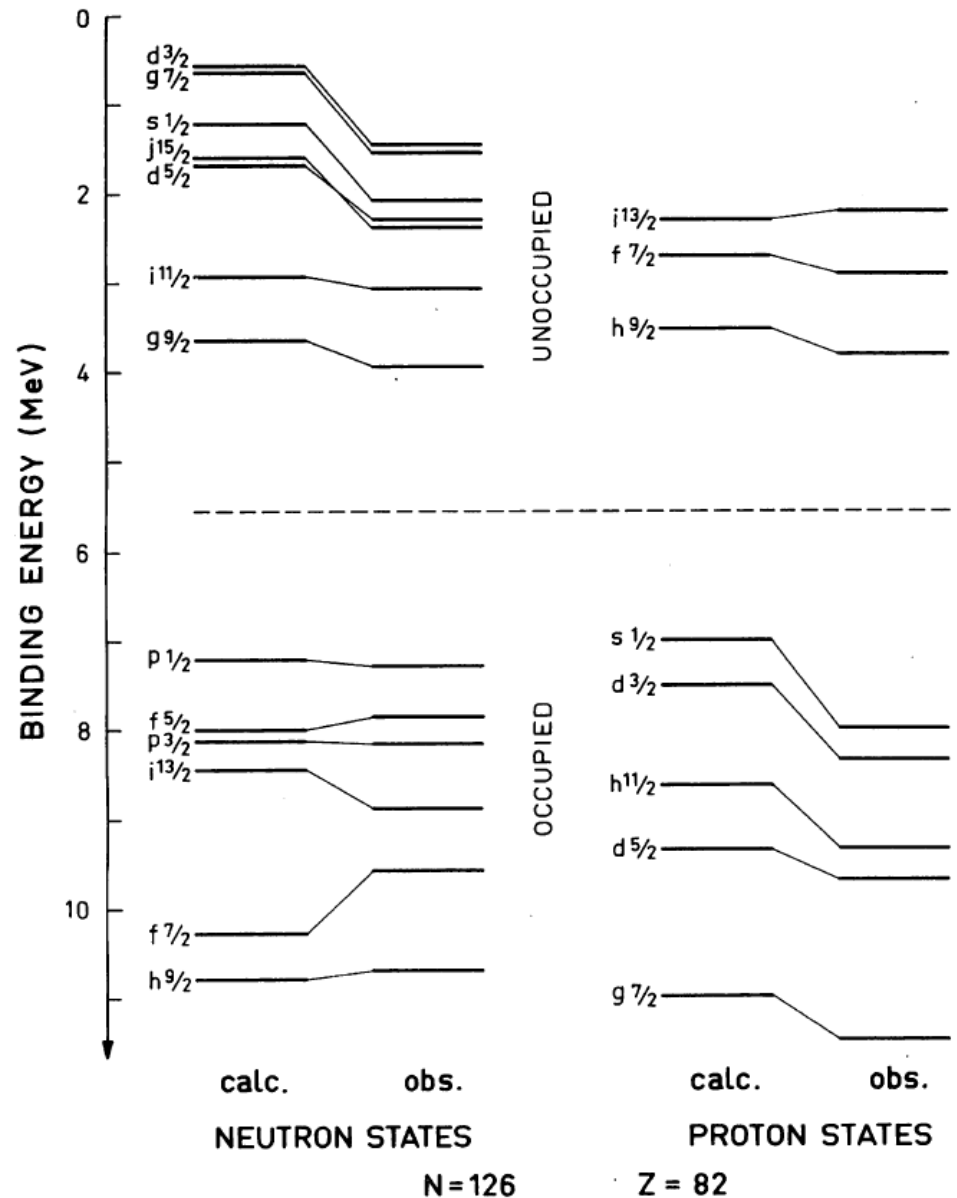
$$\lambda \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$$



近似的に縮退した軌道群を殻(shell)という。

実験のエネルギー準位との比較

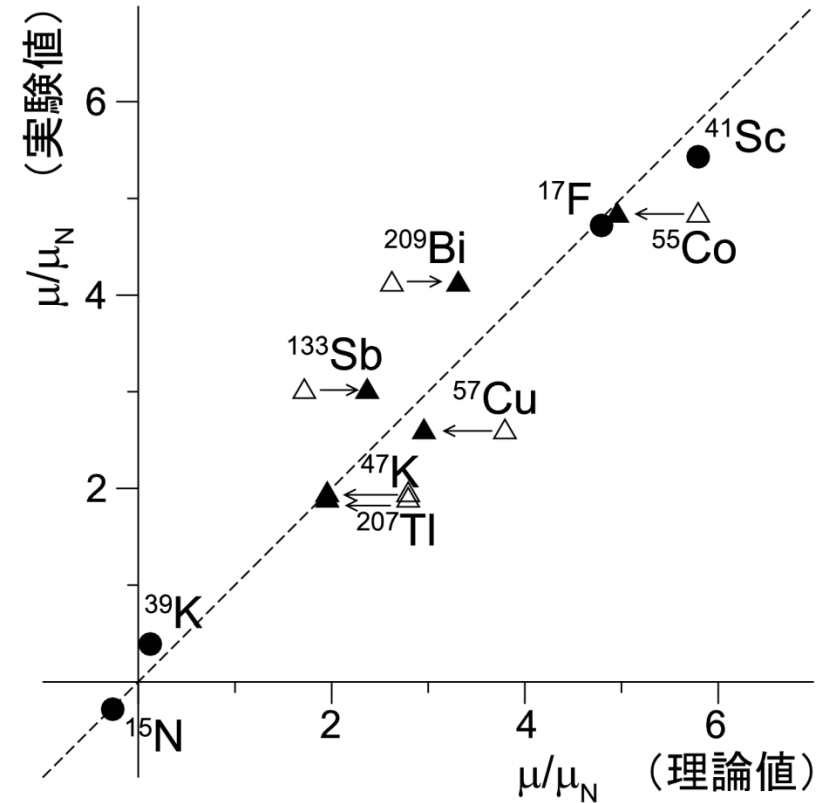
- Koopmansの定理
 - 独立粒子近似の極限では、分離エネルギーが軌道の一粒子エネルギーと一致する。
- 二重閉殻核±1系での比較
 - ^{208}Pb などで実験値と計算値の良い対応が見られる。



二重閉殻±1系の磁気モーメント

- 一粒子波動関数 $| (l, 1/2) j m \rangle$ に対する磁気モーメントは、

$$\mu = \begin{cases} l g_l + 1/2 g_s, & j = l + 1/2 \\ j + 1 [(l+1) g_l - 1/2 g_s], & j = l - 1/2 \end{cases}$$
と書かれる。この値をシュミット値という。
- シュミット値は二重閉殻±1系の磁気モーメントをある程度説明するが、jj閉殻については、定量的にはスピンg因子を0.7倍程度しなくてはならない(後ほど)。



「原子力・量子・核融合事典」
丸善出版から

シュミット値の導出

- 射影定理: 任意のベクトル演算子 $V \downarrow q$ に対し、

$$\alpha \uparrow j \uparrow m' V \downarrow q \alpha j m = \alpha \uparrow j \uparrow m' J \cdot V \alpha j m / j(j+1) \alpha \uparrow j \uparrow m' J \downarrow q \alpha j m$$
- 磁気モーメントの場合、 $j \uparrow = j$, $m \uparrow = m = j$ 。よって $\alpha \uparrow j \uparrow m'$

$$J \downarrow q \alpha j m = \alpha \uparrow j j J \downarrow q = 0 \quad \alpha j j = j \delta \downarrow \alpha \alpha'$$
- $V = g \downarrow l L + g \downarrow s S$ とすると、

$$\begin{aligned} J \cdot V &= J \cdot (g \downarrow l L + g \downarrow s S) = (L + S) \cdot (g \downarrow l L + g \downarrow s S) \\ &= g \downarrow l L \uparrow^2 + g \downarrow s S \uparrow^2 + (g \downarrow l + g \downarrow s) L \cdot S \\ &= g \downarrow l L \uparrow^2 + g \downarrow s S \uparrow^2 + (g \downarrow l + g \downarrow s) (J \uparrow^2 - L \uparrow^2 - S \uparrow^2) / 2 \end{aligned}$$
- $\alpha \uparrow j m' J \cdot V \alpha j m = g \downarrow l l(l+1) + 3/4 g \downarrow s + (g \downarrow l + g \downarrow s)$

$$\{ j(j+1) - l(l+1) - 3/4 \} / 2$$

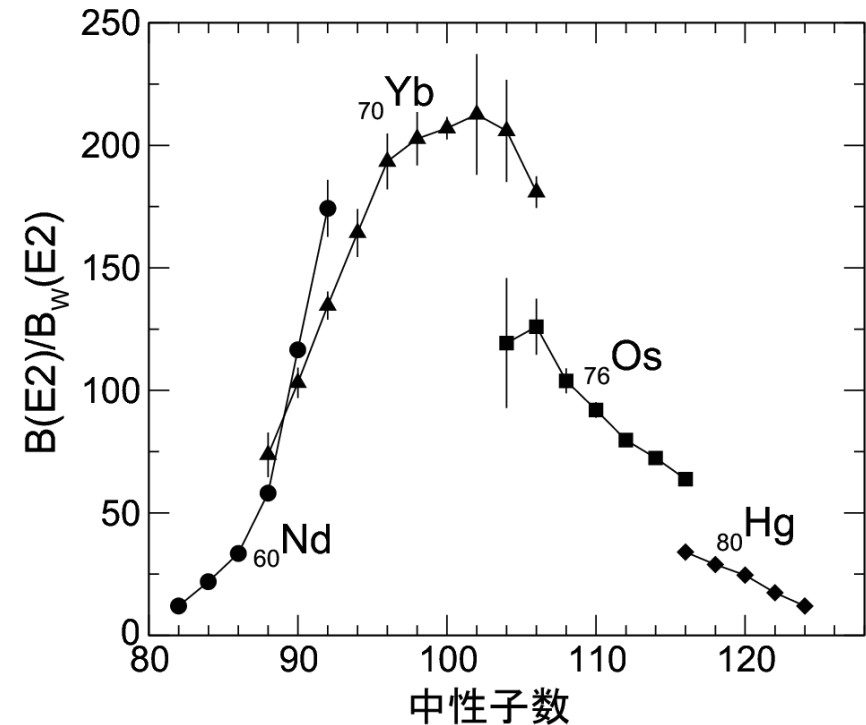
$$= \{ \blacksquare l \& j = l + 1/2 @ - l - 1 \& j = l -$$

一粒子模型の限界：集団性

- ワイスコップ単位：電磁遷移行列要素の典型的なオーダーとして、一粒子状態の値をもとに単純化された値。

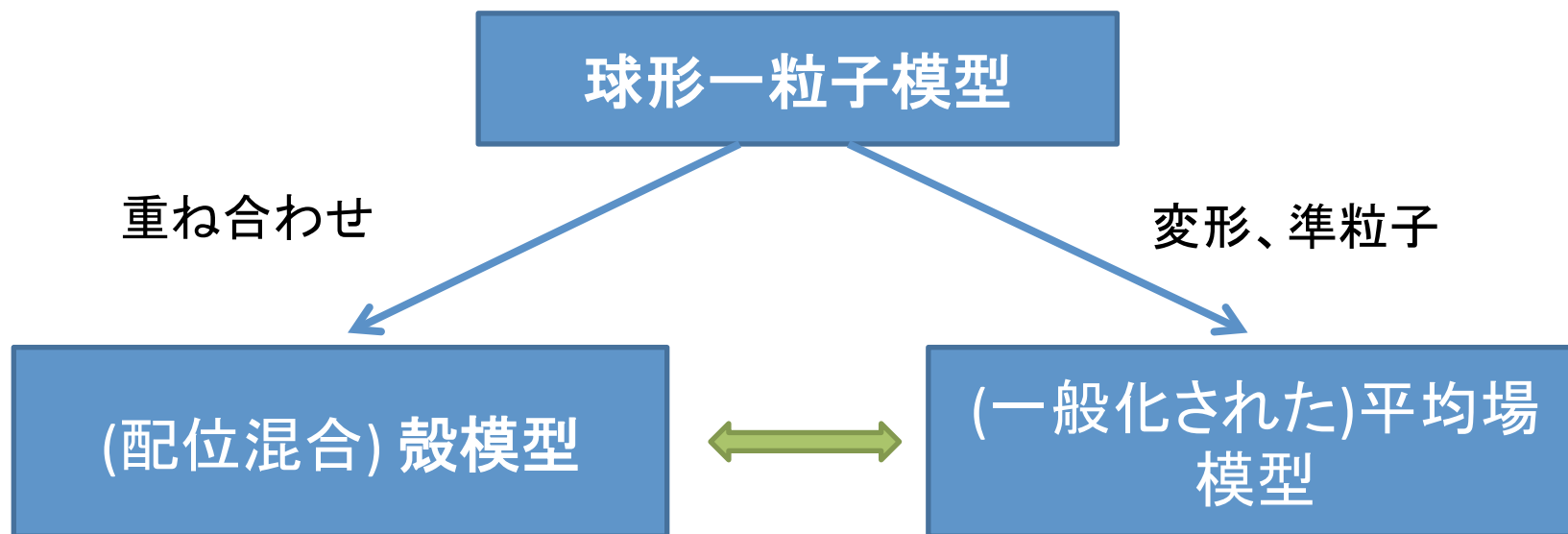
$$B \downarrow W (E\lambda) = (1.2)^{2\lambda} / 4\pi (3 / (\lambda + 3))^{2\lambda} A^{2\lambda/3} e^{2\lambda} (\text{fm})^{2\lambda}$$

$$B \downarrow W (M\lambda) = 10 / \pi (1.2)^{2\lambda-2} (3 / (\lambda + 3))^{2\lambda-2} A^{(2\lambda-2)/3} \mu^{2\lambda-2} N^{2\lambda-2} (\text{fm})^{2\lambda-2}$$



独立粒子描像の拡張

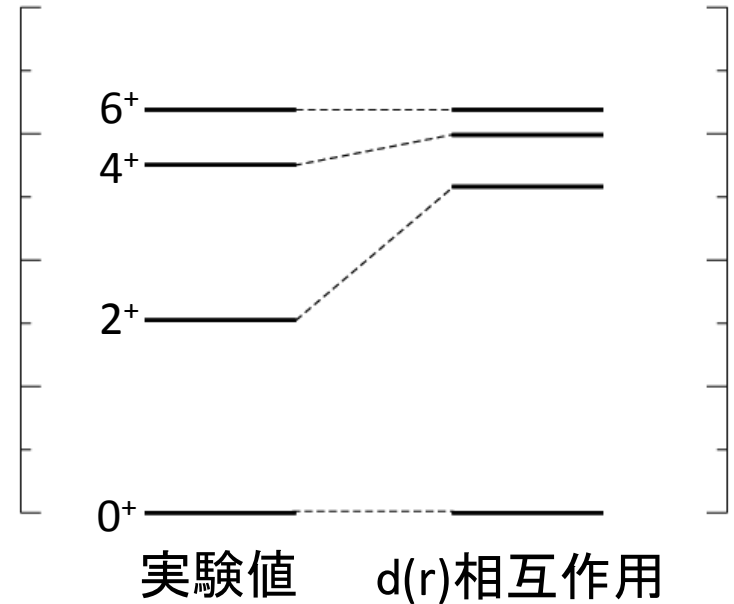
- 球形ポテンシャルにおける一粒子模型は単純すぎ、閉殻 ± 1 系以外の核構造(基底状態など)をうまく記述できない。
 - しかし、複雑な核子多体系の出発点としては有効である。
- 拡張の方向性



それぞれの模型が、大規模計算を伴いながら不足分を補足しつつ発展している。

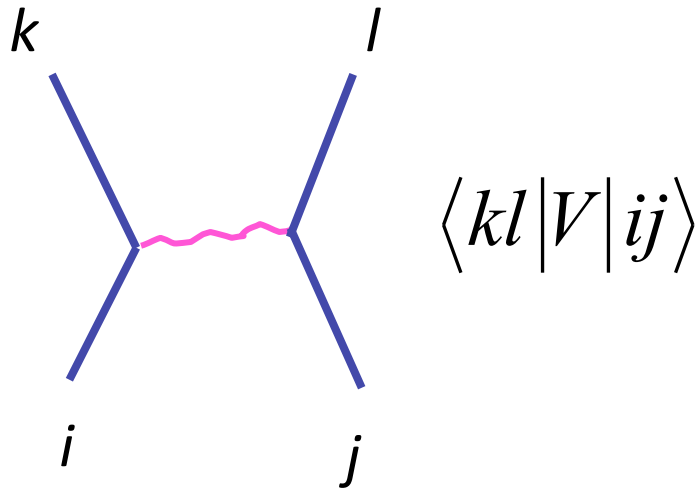
残留相互作用

- 例: ^{42}Ca のエネルギー準位を考える。 ^{40}Ca をコアとすると、2中性子系。
 - $n(f_{7/2})^2 \rightarrow J=0, 2, 4, 6$
 - もし独立粒子描像が厳密に成り立つなら、これらは縮退する。
- 縮退は二体相互作用があれば解消する。
 - 0^+ が基底状態: 短距離引力を反映
- この二体力を残留相互作用 (residual interaction)あるいは有効相互作用(effective interaction)と呼ぶ。



配位混合

- 残留相互作用があれば、一般には単一スレーター行列式はシュレーディンガー方程式の解(エネルギー固有状態)にはならない。



多くのスレーター行列式が固有状態を作るのに必要となる。

これを、**配位混合**といい、その計算を**殻模型計算**という。

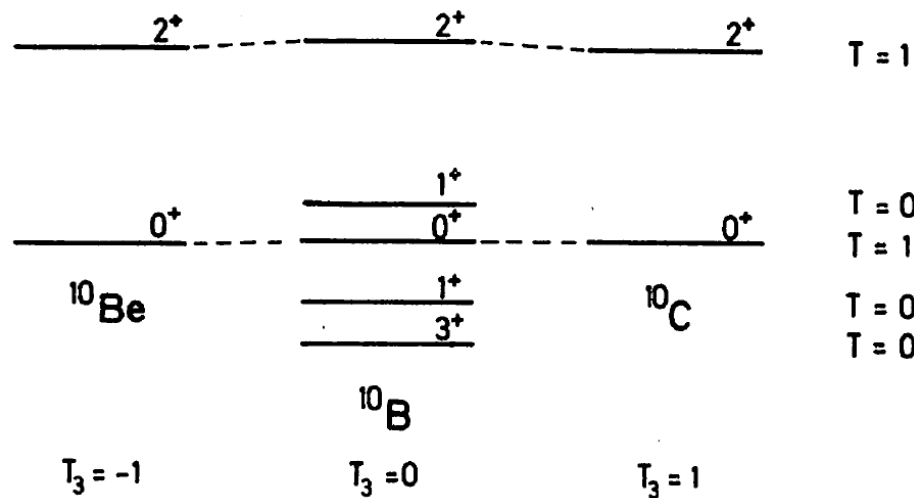
また、スレーター行列式は独立粒子描像(各々が無関係に運動する)を表しているのに対し、配位混合は、それぞれの核子が相関をもっていることを意味し、**多体相関**を取り入れているといことができる。

相互作用のもつ対称性

- 角運動量
 - 空間回転不変性による。
- パリティ
 - 強い相互作用のパリティ保存による。
- アイソスピン
 - 近似的対称性。中性子をアイソスピン空間の上向き、陽子をアイソスピン空間の下向きとしたとき、相互作用は近似的にアイソスピン空間に対し回転不変となっている(荷電独立性)。この時、角運動量と同じように、合計アイソスピン T およびその z 成分 $T_z(=(N-Z)/2)$ は良い量子数となる。当然、 $T \geq |T_z|$ となる。
 - スピンと同じように、アイソスピン空間にてパウリ行列や昇降演算子 $t_{\pm}$ が定義される。

アイソスピン多重項

- $[H, J_{\pm}] = 0$ より、角運動量の z 成分だけが異なる状態は縮退する。すなわち、角運動量 J を持つ状態は、 $J_z = -J, -J+1, \dots, J$ の $(2J+1)$ 重縮退を持つ。
- 荷電独立性より、 $[H, T_{\pm}] = 0$ である。角運動量と全く同じように、アイソスピンの z 成分だけが異なる状態は縮退する。すなわち、アイソスピン T を持つ状態は、 $T_z = -T, -T+1, \dots, T$ の $(2T+1)$ 重縮退を持つ。これをアイソスピン多重項という。

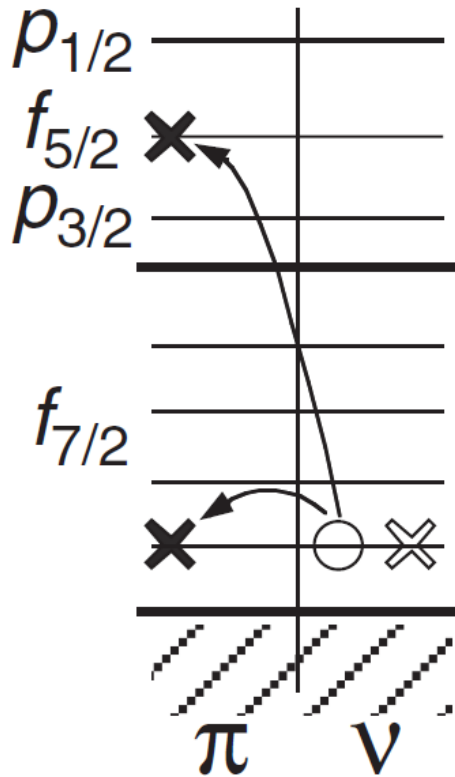


実際は、クーロン力のため、全体的なエネルギーシフトがある。

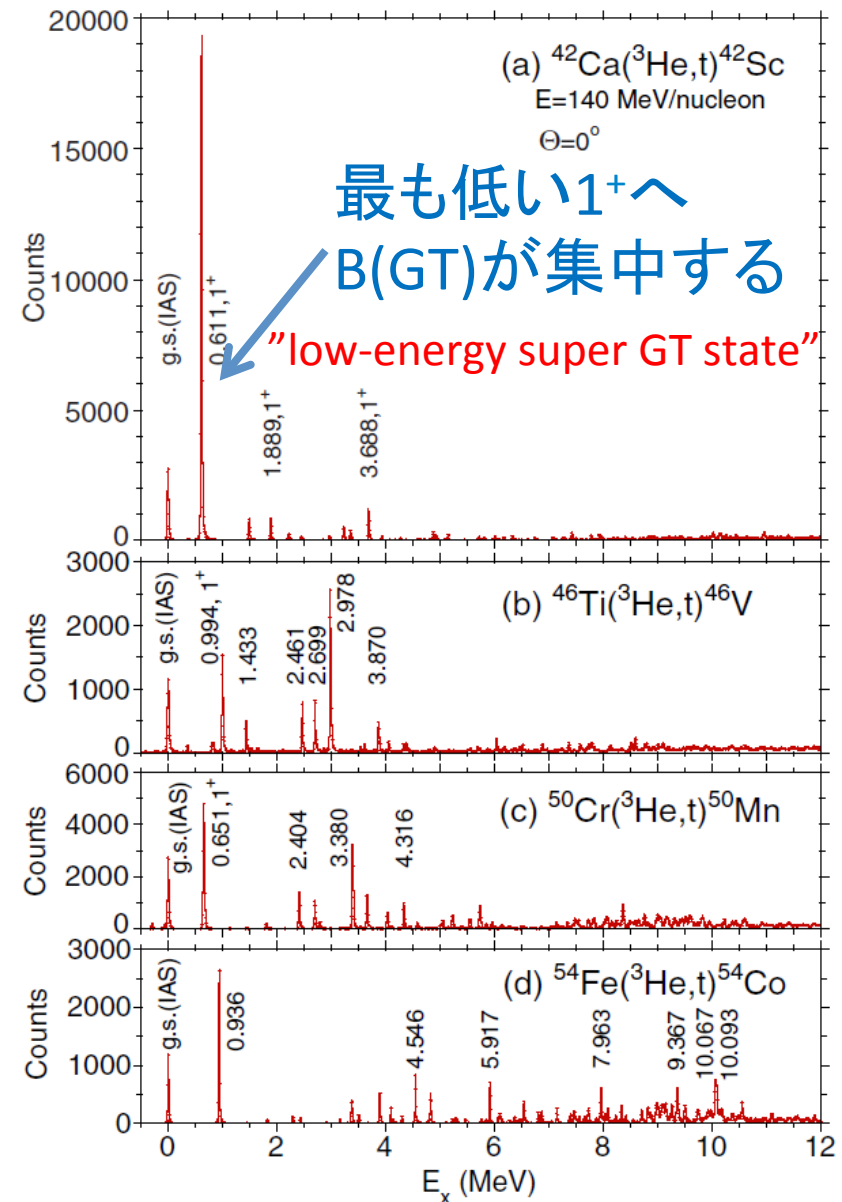
2核子配位の計算： $^{42}\text{Ca} \rightarrow ^{42}\text{Sc}$ のGT遷移を例に

Gamow-Teller遷移

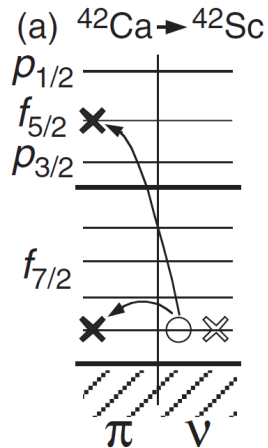
(a) $^{42}\text{Ca} \rightarrow ^{42}\text{Sc}$



Y. Fujita et al., Phys. Rev. Lett. 112, 112502 (2014).

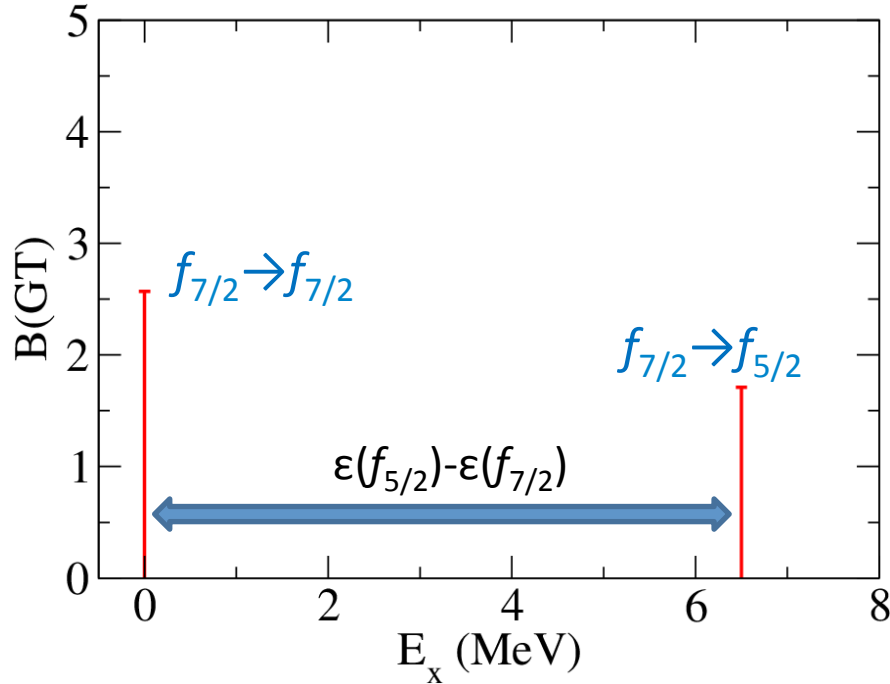


配位混合の重要性

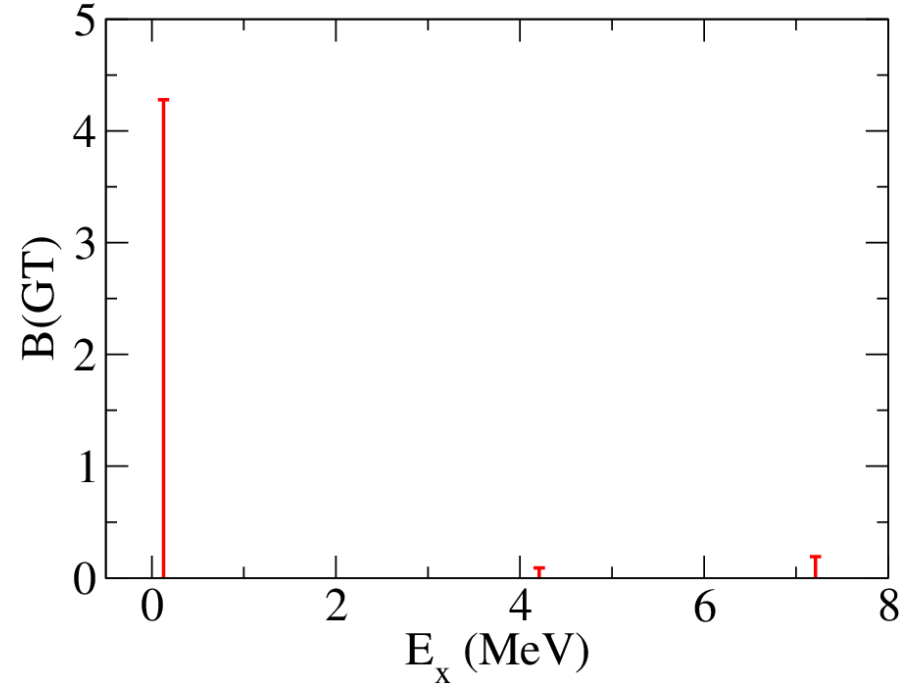


- 配位混合なしでは、“low-energy super GT state”を説明できない。

純粋な配位を仮定したB(GT)分布

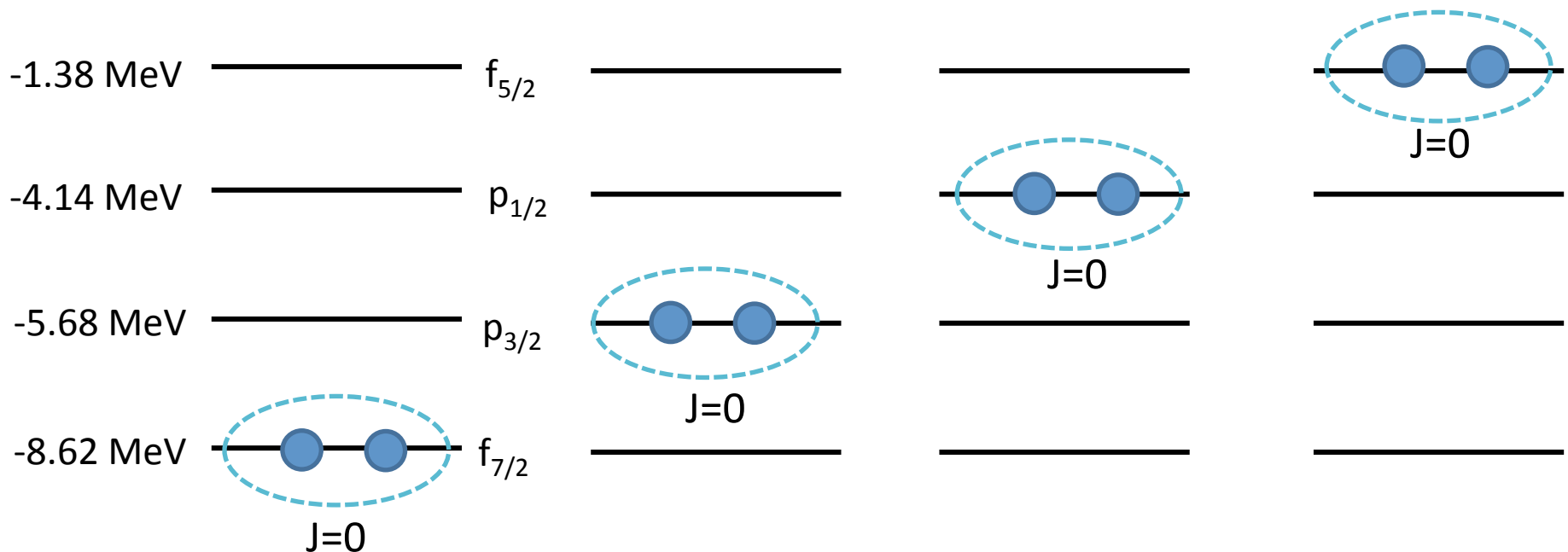


配位混合を取り入れたB(GT)分布



$^{42}\text{Ca} \rightarrow ^{42}\text{Sc}$ のGT遷移の殻模型計算

- ここでは、GXPF1Jという有効相互作用を用いて $^{42}\text{Ca}(0^+; T=1)$ と $^{42}\text{Sc}(1^+; T=0)$ の波動関数を計算し、その間のGT遷移行列要素を求める具体的な手順を追っていく。
- ^{42}Ca を pf shellの2中性子系と考えると、 $(J, T)=(0, 1)$ の可能な波動関数は以下の4つ。



相互作用ファイルの例

```

#GXPF1J JoP conf. ser. 20, 7 (2005) 1=f7/2 2=p3/2 3=f5/2 4=p1/2
-8.6240 -5.6793 -1.3829 -4.1370
1 1 1 1 1 0 -1.2838
1 1 1 1 3 0 -0.8418
1 1 1 1 5 0 -0.7839
1 1 1 1 7 0 -2.6661
1 1 1 2 3 0 -0.8807
1 1 1 2 5 0 -0.4265
1 1 1 3 1 0 1.8998
1 1 1 3 3 0 1.0917
1 1 1 3 5 0 1.2853
1 1 1 4 3 0 0.8883
1 1 2 2 1 0 -0.4313
1 1 2 2 3 0 -0.3415
1 1 2 3 1 0 -0.0907
1 1 2 3 3 0 0.0752
1 1 2 4 1 0 0.3150
1 1 3 3 1 0 0.6511
1 1 3 3 3 0 0.4358
1 1 3 3 5 0 0.1239
1 1 3 4 3 0 -0.1082
1 1 4 4 1 0 0.0271
1 2 1 2 2 0 -0.5391
1 2 1 2 3 0 -1.0055
1 2 1 2 4 0 -0.3695
1 2 1 2 5 0 -2.9670

```

gxp1j.int

pf shellの場合、195行の
二体行列要素がある。

$abJT \mathbf{A} cdJT$

$a, b, c, d, J, T, abJT \mathbf{A} cdJT$
が並ぶテーブル

a, b, c, d はインデックス化されている

$(J,T)=(0,1)$ のハミルトニアン

$$H = \sum_k \epsilon_k a_k^\dagger a_k + \sum_{kl} V_{kl} a_k^\dagger a_l^\dagger a_l a_k$$

J-scheme (よいJ,Tをもつ基底による表現)では、 ^{42}Ca $(J,T)=(0,1)$ の場合、基底数は4つ。

$$h_{ij} = \delta_{ij} (\epsilon a(i) + \epsilon b(i)) + a(i)b(i) \quad J=0 \quad T=1 \quad V_{kl} c(j)d(j) \quad J=0 \quad T=1$$

$$H = \begin{pmatrix} (f_{7/2})^2 & (p_{3/2})^2 & (p_{1/2})^2 & (f_{5/2})^2 \\ -8.62 \times 2 + (-2.24) & -0.72 & -0.38 & -1.38 \\ -0.72 & -5.68 \times 2 + (-1.12) & -1.49 & -1.25 \\ -0.38 & -1.49 & -4.14 \times 2 + (+0.05) & -0.31 \\ -1.38 & -1.25 & -0.31 & -1.38 \times 2 + (-1.21) \end{pmatrix}$$

$$|0 \downarrow 1 \uparrow + \rangle = 0.986 (f \downarrow 7/2) \uparrow^2 + 0.125 (p \downarrow 3/2) \uparrow^2 + 0.051 (p \downarrow 1/2) \uparrow^2 + 0.097 (f \downarrow 5/2) \uparrow^2$$

(J,T)=(1,0)のハミルトニアン

$$(f_{7/2})^2 \quad (f_{7/2}f_{5/2}) \quad (f_{5/2})^2 \quad (f_{5/2}p_{3/2}) \quad (p_{3/2})^2 \quad (p_{3/2}p_{1/2}) \quad (p_{1/2})^2$$

$$H = \begin{pmatrix} -18.53 & 1.90 & 0.65 & 0.09 & -0.43 & 0.32 & 0.03 \\ 1.90 & -14.59 & -0.27 & 1.27 & 0.89 & -1.47 & 0.19 \\ 0.65 & -0.27 & -3.62 & -0.48 & 0.05 & -0.03 & -0.32 \\ 0.09 & 1.27 & -0.48 & -9.79 & -0.24 & 0.99 & -0.81 \\ -0.43 & 0.89 & 0.05 & -0.24 & -11.99 & 1.81 & 0.77 \\ 0.32 & -1.47 & -0.03 & 0.09 & 1.81 & -12.32 & 0.85 \\ 0.03 & 0.19 & -0.32 & -0.81 & 0.77 & 0.85 & -9.52 \end{pmatrix}$$

$$|1\downarrow 1\uparrow + \rangle = -0.875(f\downarrow 7)^2 + 0.425(f\downarrow 7 f\downarrow 5) + 0.041(f\downarrow 5)^2 - 0.067(f\downarrow 5 p\downarrow 3) - 0.140(p\downarrow 3)^2 + 0.169(p\downarrow 3 p\downarrow 1) - 0.013(p\downarrow 1)^2$$

- $f_{5/2}$ のSPEが高いにも関わらず、 $(f_{7/2}f_{5/2})$ のamplitudeは大きい。
 - 対角項 $f\downarrow 5 f\downarrow 5 JTV \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} f\downarrow 5 f\downarrow 5 JT$ が大きな負の値。
 - 非対角項 $f\downarrow 7 f\downarrow 7 JTV \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} f\downarrow 7 f\downarrow 5 JT$ の絶対値が大きい。

遷移行列要素計算

- 始状態 $|i\rangle = \sum_k \alpha_k |k\rangle$ 、終状態 $|f\rangle = \sum_k \beta_k |k\rangle$ の間の遷移行列要素は、

$$\langle f | O | i \rangle = \sum_{k,k'} \alpha_k^* \beta_{k'} \langle k' | O | k \rangle$$

$^{42}\text{Ca} \rightarrow ^{42}\text{Sc}$ の GT 遷移の行列要素の詳細

$T=1 \ J=0 \ n=1 \ \rightarrow \ T=0 \ J=1 \ n=1$

SPE: -8.6240 (f>) -1.3829 (f<) -5.6793 (p>) -4.1370 (p<)

$\alpha \downarrow k \ \beta \downarrow k' \uparrow^* \ k' O k$	(f> f>) +0.98606	(f< f<) +0.09741	(p> p>) +0.12473	(p< p<) +0.05134
(f> f>) -0.87470	-1.60*-0.863 +1.38309	+0.00*-0.085 +0.00000	+0.00*-0.109 +0.00000	+0.00*-0.045 +0.00000
(f> f<) +0.42476	+1.31*+0.419 +0.54839	+1.51*+0.041 +0.06256	+0.00*+0.053 +0.00000	+0.00*+0.022 +0.00000
(f< f<) +0.04142	+0.00*+0.041 +0.00000	+1.20*+0.004 +0.00482	+0.00*+0.005 +0.00000	+0.00*+0.002 +0.00000
(f< p>) -0.06651	+0.00*-0.066 +0.00000	+0.00*-0.006 +0.00000	+0.00*-0.008 +0.00000	+0.00*-0.003 +0.00000
(p> p>) -0.14023	+0.00*-0.138 +0.00000	+0.00*-0.014 +0.00000	-1.83*-0.017 +0.03193	+0.00*-0.007 +0.00000
(p> p<) +0.16883	+0.00*+0.166 +0.00000	+0.00*+0.016 +0.00000	+1.15*+0.021 +0.02432	+1.63*+0.009 +0.01415
(p< p<) -0.01337	+0.00*-0.013 +0.00000	+0.00*-0.001 +0.00000	+0.00*-0.002 +0.00000	+0.82*-0.001 -0.00056

符号がそろふ

sum = 2.069 B(GT) = 4.280

2番目の1⁺へのGT行列要素

T=1 J=0 n=1 --> T=0 J=1 n=2

SPE: -8.6240 (f>) -1.3829 (f<) -5.6793 (p>) -4.1370 (p<)

$\alpha \downarrow k \beta \downarrow k \uparrow \uparrow^* k' O k'$	(f> f>) +0.98606	(f< f<) +0.09741	(p> p>) +0.12473	(p< p<) +0.05134
(f> f>) +0.45488	-1.60*+0.449 -0.71927	+0.00*+0.044 +0.00000	+0.00*+0.057 +0.00000	+0.00*+0.023 +0.00000
(f> f<) +0.57481	+1.31*+0.567 +0.74212	+1.51*+0.056 +0.08465	+0.00*+0.072 +0.00000	+0.00*+0.030 +0.00000
(f< f<) -0.02112	+0.00*-0.021 +0.00000	+1.20*-0.002 -0.00246	+0.00*-0.003 +0.00000	+0.00*-0.001 +0.00000
(f< p>) -0.25242	+0.00*-0.249 +0.00000	+0.00*-0.025 +0.00000	+0.00*-0.031 +0.00000	+0.00*-0.013 +0.00000
(p> p>) -0.35208	+0.00*-0.347 +0.00000	+0.00*-0.034 +0.00000	-1.83*-0.044 +0.08018	+0.00*-0.018 +0.00000
(p> p<) +0.51721	+0.00*+0.510 +0.00000	+0.00*+0.050 +0.00000	+1.15*+0.065 +0.07449	+1.63*+0.027 +0.04336
(p< p<) -0.08391	+0.00*-0.083 +0.00000	+0.00*-0.008 +0.00000	+0.00*-0.010 +0.00000	+0.82*-0.004 -0.00352

符号がそろわない

sum = 0.300 B(GT) = 0.090

コヒーレンス

- 重ね合わせは行列要素を大きくしうる。量子力学的効果。

– 簡単な例

$$|\Psi\rangle = \alpha_1|1\rangle + \alpha_2|2\rangle + \cdots + \alpha_n|n\rangle$$

行列要素に関する簡単な仮定

$$\alpha_1 = \cdots = \alpha_n \rightarrow \alpha_i = 1/\sqrt{n} \quad \text{and} \quad \langle i|Q|j\rangle = q_{sp}$$

そのとき

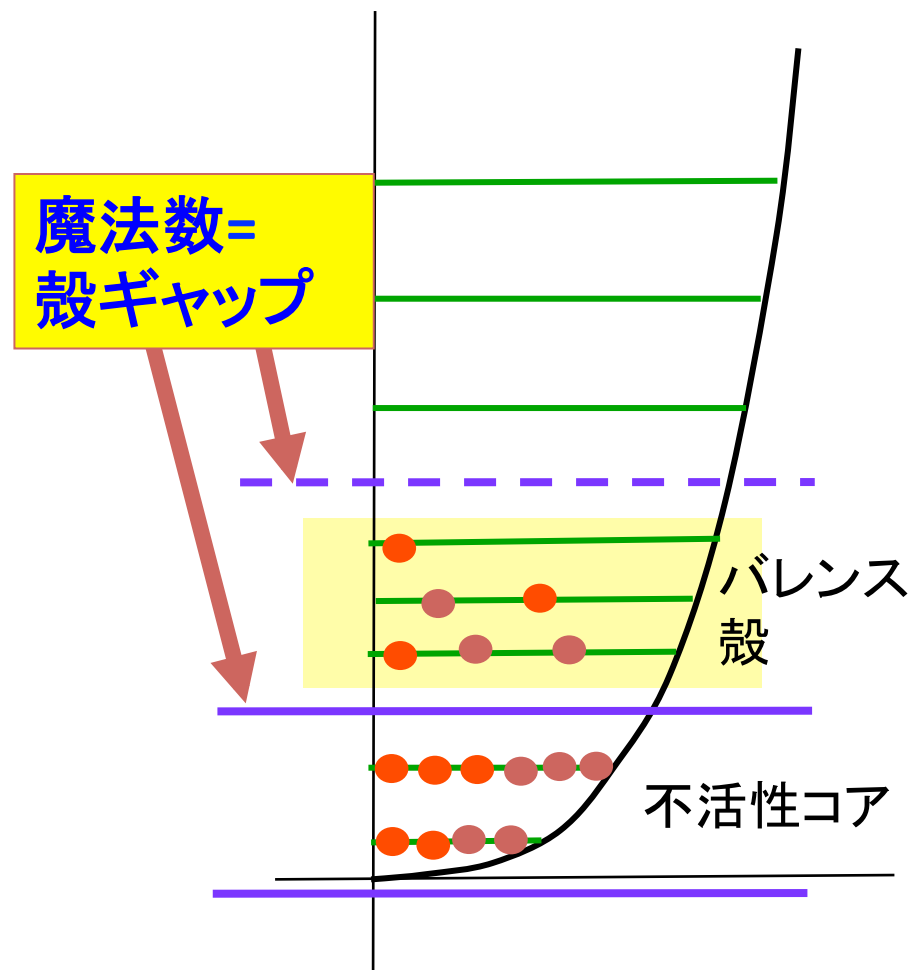
$$\langle \Psi|Q|\Psi\rangle = \sum_{i,j} \langle i|Q|j\rangle \alpha_i^* \alpha_j = q_{sp} \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{1}{\sqrt{n}} n^2 = nq_{sp}$$

- 非対角要素があること
- 符号がそろっていることが本質的

球形基底による展開でも、「変形」(E2行列要素が大きくなる)を出すことができる

どの程度の軌道数をあらわに取り入れるか

- ^{42}Ca の例から
/二体行列要素/一粒子エネルギーの差 $\ll 1$
を満たすものは小さな成分しかないので、あらわに多体問題に取り入れない。殻ギャップにはさまれた軌道群を**バレンス殻** (valence shell) として殻模型の多体問題で考えることが多い。



有効相互作用、有効演算子

- 殻模型計算では配位混合を取り入れているものの、実際的な限界から、その空間はかなり狭い。したがって、本来の多体問題を

$$H|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle$$

としたとき、限られた殻模型空間の固有状態 $|\Phi\rangle$ は、

$$E \neq \Phi H \Phi$$

となる。本来の多体問題のエネルギー

$$E = \Phi H_{\text{eff}} \Phi$$

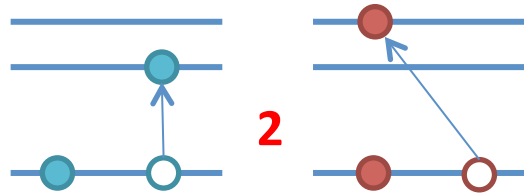
を再現する相互作用を有効相互作用と呼ぶ。同様に、遷移演算子についても、

$$\langle \Psi | O | \Psi \rangle = \langle \Phi | O_{\text{eff}} | \Phi \rangle$$

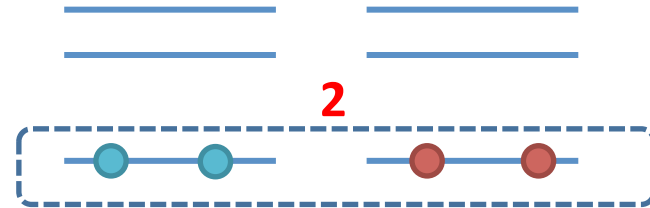
を満たす有効演算子 O_{eff} を考える。

有効相互作用： ^4He を例に

現実の多体波動関数



模型空間の多体波動関数



$$\pi(s_{1/2})^2 v(s_{1/2})^2$$

Alpha Particle

(MeV)

	H-J	RSC v8
Energy	-20.6	-21.9
Kin. E	131.1	103.6
Pot. E	-151.7	-125.4
C	1E	-51.3
	3E	-26.2
	1O+3O	-0.4
T	3E	-69.7
	3O	-0.5
LS+QLS	-3.6	1.9
P(D) %	12.8	11.0

are 2~2.5 times larger than
Strong short-range correlation

The largest contribution

D-state correlation due to tensor force

$$\hbar\omega = 21.6 \text{ MeV}$$

$$\text{KE} = 3 \times \frac{3}{4} \hbar\omega = 48.6 \text{ MeV}$$

Volkov
-29.0
48.6
-77.6
-38.8
-38.8
0.0
0
0
0
0

テンソル相関による
束縛エネルギー
→ 中心力へ

有効相互作用の種類

- 微視的

- 生の核力(2核子力、3核子力)から微視的有效相互作用理論を介して作られたもの。原理的にはフィッティングパラメータなし。
 - G 行列(短距離相関と媒質効果を取り入れたもの)、 Q box ...
- 微視的+少数の現象論的補正というアプローチもある。KB3 (pf shell)など。

- 現象論的

- 有効相互作用の特徴(短距離力、テンソル力など)を捉えた関数形で表現。それほど多くはないパラメータを含む。
 - Yukawa, Gaussian, surface delta, ..., pairing + $Q \cdot Q$ (schematic)

- (半)経験的

- 2体行列要素(全てあるいはより少数の線形結合)をパラメータとして取り扱い、実験データにフィットしたもの。
 - Cohen-Kurath (p shell), USD (sd shell), GXPF1 (pf shell), ...

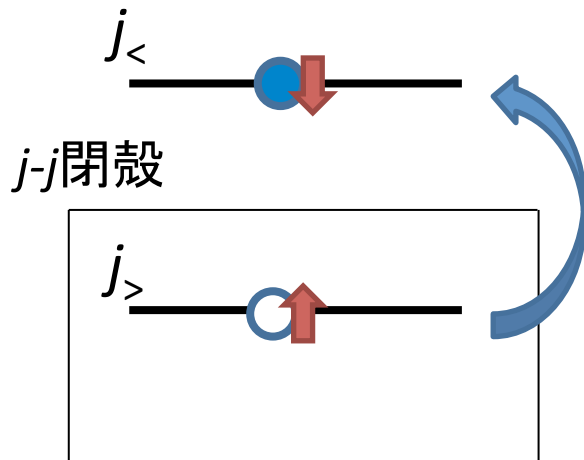
スピン演算子

- 同様のことがM1遷移やガモフテラー遷移にもあてはまる。有効スピンは、有馬・堀江効果と呼ばれる芯偏極効果などにより、70%程度にクエンチすることが知られている。

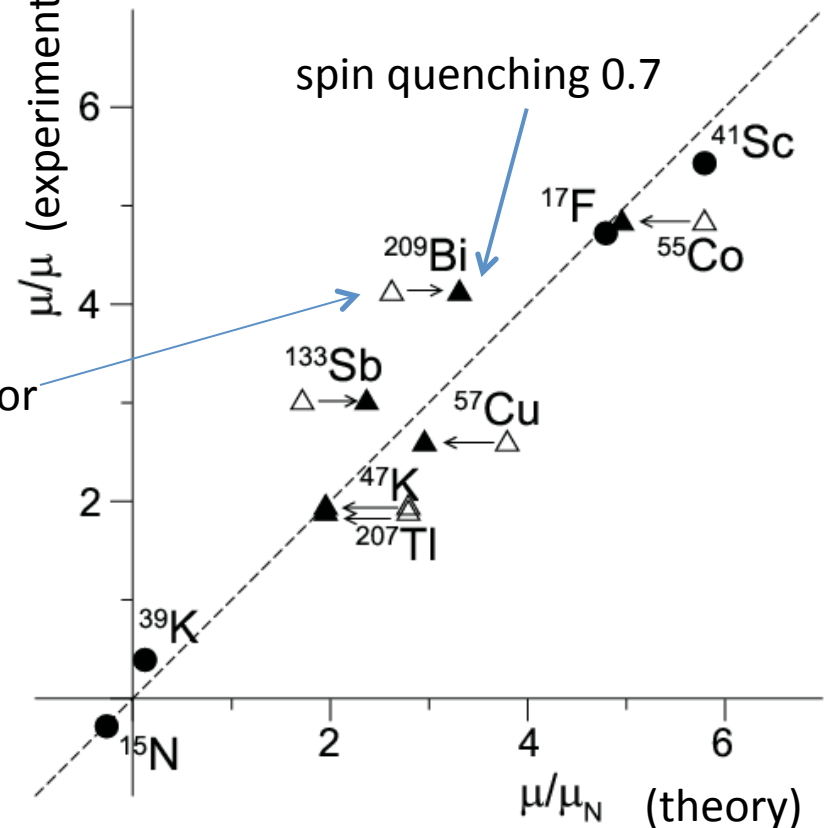
$$|j\rangle = |j\rangle + \sum (j\downarrow j\downarrow) \uparrow \alpha (j\downarrow j\downarrow) |[(j\downarrow) \uparrow - 1 (j\downarrow) \uparrow] = 1 \otimes j\rangle$$

模型空間の縮小

$|j\rangle$ とみなす



bare operator



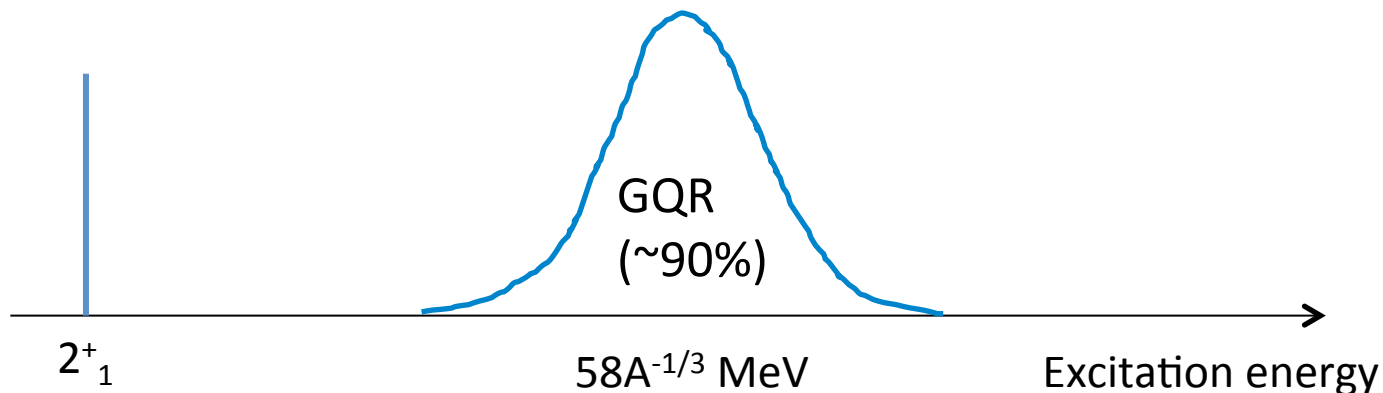
有効電荷

- $|j\rangle = |j\rangle + \sum_{i,m,j'} \langle j' | \alpha(j) | i, m \rangle |j', (m(i) \uparrow - 1); j\rangle$ から、
電気的4重極演算子は

$$jeQ|j\rangle \approx jeQ \langle A | j \rangle + 2 \sum_{i,m} \langle j | \alpha(j) | i, m \rangle \langle i, m | \text{core} \rangle eQ \langle A | m(i) \uparrow - 1 \rangle$$

$$\approx jeQ \langle A | j \rangle + 2 \alpha(j) g.s. eQ \langle A | \text{GQR} \rangle \equiv e_{\text{eff}} jQ \langle A | j \rangle$$

- 有効電荷は、模型空間に取り入れられていない巨大共鳴 ($2\hbar\omega$ 励起) との結合を取り入れたもの。



2 $\hbar\omega$ 励起を取り入れた計算との比較

- 2 $\hbar\omega$ 励起を入れると、有効電荷はほとんど必要ない。

TABLE I. Q moments ($e\text{ fm}^2$) and $B(E2)$ values ($e^2\text{ fm}^4$) in $A = 6-10$ nuclei. Cal.(A): $e_{\pi}^{\text{eff}} = e$, $e_{\nu}^{\text{eff}} = 0$; Cal.(B): $e_{\pi}^{\text{eff}} = 1.05e$, $e_{\nu}^{\text{eff}} = 0.05e$; Cal.(C): $e_{\pi}^{\text{eff}} = 1.5e$, $e_{\nu}^{\text{eff}} = 0.5e$ ($b = 1.77\text{ fm}$).

Nucleus	Quantity	(0 + 2) $\hbar\omega$		Exp.	0 $\hbar\omega$ Cal.(C)
		Cal.(A)	Cal.(B)		
^6Li	$Q(1_1^+)$	0.09	0.10	-0.08 ± 0.01^a	-1.83
	$B(E2; 3_1^+ \rightarrow 1_1^+)$	5.95	7.21	10.7 ± 0.8^b	8.13
	$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 1_1^+)$	9.17	11.10	4.4 ± 2.3^b	3.93
^7Li	$Q([3/2]_1^-)$	-3.79	-4.29	-4.06^a	-4.86
	$B(E2; [1/2]_1^- \rightarrow [3/2]_1^-)$	13.21	17.21	15.7 ± 1.0^b	22.74
	$B(E2; [7/2]_1^- \rightarrow [3/2]_1^-)$	5.96	7.83	3.42^b	8.53
^8Li	$Q(2_1^+)$	2.78	3.21	3.15 ± 0.05^a	3.24
	$B(E2; 1_1^+ \rightarrow 2_1^+)$	3.94	5.30	75 ± 17^d	6.72
^8B	$Q(2_1^+)$	5.84	6.27	$6.83 \pm 0.21^{c,e}$	5.17
^9Li	$Q([3/2]_1^-)$	-3.89	-4.36	$-3.6 \pm 0.7^{a,e}$	-5.05
^9Be	$Q([3/2]_1^-)$	5.46	5.98	5.3 ± 0.3^a	5.36
	$B(E2; [5/2]_1^- \rightarrow [3/2]_1^-)$	26.39	32.02	27.1 ± 2.0^b	31.94
	$B(E2; [7/2]_1^- \rightarrow [3/2]_1^-)$	9.75	11.63	7.0 ± 3.0^b	10.74
^{10}Be	$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$	13.48	16.26	10.2 ± 1.0^b	17.38
	$B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	5.87	7.20	3.2 ± 1.9^b	0.01
^{10}B	$Q(3_1^+)$	9.62	10.58	8.47 ± 0.06^a	10.70
	$B(E2; 1_1^+ \rightarrow 3_1^+)$	1.12	1.35	4.13 ± 0.06^b	9.76
	$B(E2; 1_2^+ \rightarrow 3_1^+)$	7.11	8.61	1.71 ± 0.26^b	1.35
	$B(E2; 1_2^+ \rightarrow 1_1^+)$	3.21	3.88	0.83 ± 0.40^b	2.03
^{10}C	$B(E2; 3_2^+ \rightarrow 1_1^+)$	13.86	16.77	20.5 ± 2.6^b	9.68
	$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$	12.54	15.22	12.3 ± 2.1^b	15.01

まとめ

- 独立粒子描像

- 液滴模型では説明できない「小さな」ずれが原子核構造では本質的。
- Meyer-Jensenの殻模型。
- シュミット値、ワイスコップ値からのずれ。独立粒子模型の限界。

- 配位混合

- 独立粒子模型から得られる重要な一粒子空間に対し、考えうる配位混合を取り入れる。
- 二核子配位 $^{42}\text{Ca} \rightarrow ^{42}\text{Sc}$ のGT遷移例。配位混合、コヒーレンスの重要性。
- 有効相互作用、有効演算子。模型空間外の寄与を取り込む方法。

- 殻模型計算: 空間を模型空間とそれ以外に分け、**模型空間内の多体問題については、可能な多体状態を全て取り入れて正確に解く。それ以外の空間の寄与は摂動的に取り扱う。**古典的なMayer-Jensenの殻模型の知見から模型空間を構成する。