Supersymmetry non-renormalization theorem from a computer and the AdS/CFT correspondence

〇本多正純（総研大）, 伊敷吾郎 (CQUest), Sang-Woo Kim (KEK), 西村淳 (総研大・KEK), 土屋麻人(静岡大)

概要

AdS/CFT対応はどこまで成り立っているか？ ― 応用面、超弦理論の非摂動的側面を探る上で重要

⇒ **ゲージ理論の強結合領域を調べることが必要**

4次元SU(∞) $\mathcal{N}=4$ SYMにおいて、Chiral Primary Operatorの相関関数をモンテカルロ計算

どうやって、SYMを計算機に乗せるか？

$\boxed{\mathcal{N}=4\ SU(N)\ SYM\ on\ \mathbf{R}^4}$

↓ ① 共形変換（両者は等価）

$\boxed{\mathcal{N}=4\ SU(N)\ SYM\ on\ \mathbf{R}\times S^3}$

↓ ② Large N reduction

同等な1次元行列模型(PWMM,BMN)

↓ ③ フーリエモード正則化

モンテカルロ・シミュレーション

[Hanada-Nishimura-Takeuchi '07]

まず、t=[0,β] として、IR cutoff を課す：

$$X_i(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\tilde{X}_{i,n}e^{i\omega nt} \Rightarrow X_i(t)=\sum_{n=-\Lambda}^{\Lambda}\tilde{X}_{i,n}e^{i\omega nt}\quad \left(\omega\equiv\frac{2\pi}{\beta}\right)$$

フーリエモードcutoff

さらに、モードの数を制限し、UV cutoff を課す

この正則化は一般的にはゲージ不変性を壊すが、1次元の場合はStaticかつ対角なゲージに取ることができ、壊さない：

$$A(t)=\frac{1}{\beta}\mathrm{diag}(\alpha_1,\cdots,\alpha_N)\quad\left(-\pi<\alpha_a\leq\pi\right)$$

（SYMでは S^3 上のゲージ場だった）PWMMの3つのスカラー場を"ある真空解"の周りで展開： $\boxed{X_i\ \rightarrow\ \mu L_i+X_i}$

ただし、真空解は

$$[X_i,X_j]=i\mu\epsilon_{ijk}X_k \Longleftrightarrow X_i=\mu L_i\quad \text{(i,j,k=1,2,3)}$$

（L_i ：SU(2)の表現行列 ）

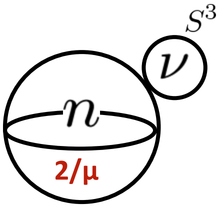
SYMは以下の極限で再現される： [Ishii-Ishiki-Shimasaki-Tsuchiya '08]

$\left(L_i^{[n_I]}: n_I\ \text{dim. irreducible representation of SU(2)}\right)$

$$L_i=\begin{pmatrix} L_i^{[n-\frac{\nu-1}{2}]} & & & & \\ & L_i^{[n-\frac{\nu-1}{2}+1]} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & L_i^{[n+\frac{\nu-1}{2}-1]} & \\ & & & & L_i^{[n+\frac{\nu-1}{2}]}\end{pmatrix}\otimes\mathbf{1}_{k\times k}$$

※ゲージ対称性、SU(2|4)対称性を尊重

$$\boxed{\begin{array}{l} n,\nu\sim\text{UV cutoff on }S^2\rightarrow\infty\\ k\sim\text{"}k\text{" of "SU(k)"}\rightarrow\infty\\ \lambda_{SYM}=\frac{16\pi^2}{\mu^3}\cdot\frac{g_{PW}^2k}{n}=fixed\end{array}}$$



Chiral Primary Operatorの相関関数

$$\boxed{\mathcal{O}_\Delta(x)\equiv tr(X_{\{a_1}X_{a_2}\cdots X_{a_\Delta\}})}\quad\left(\begin{array}{l}X_a\ \text{: 6 scalars in SYM}\\ \Delta\ \text{:共形次元}\end{array}\right)$$

共形対称性が相関関数の形を決定：

・**2-pt**： $\left\langle\mathcal{O}_{\Delta_1}(x_1)\mathcal{O}_{\Delta_2}(x_2)\right\rangle=c_{\Delta_1}\left\langle\mathcal{O}_{\Delta_1}(x_1)\mathcal{O}_{\Delta_2}(x_2)\right\rangle_{free}$

・**3-pt**： $\left\langle\mathcal{O}_{\Delta_1}(x_1)\mathcal{O}_{\Delta_2}(x_2)\mathcal{O}_{\Delta_3}(x_3)\right\rangle=c_{\Delta_1\Delta_2\Delta_3}\left\langle\mathcal{O}_{\Delta_1}(x_1)\mathcal{O}_{\Delta_2}(x_2)\mathcal{O}_{\Delta_3}(x_3)\right\rangle_{free}$

※**4点以上は非自明**に空間依存

重力側からの予言

・任意の共形次元の場合に、 [Lee-Minwalla-Rangamani-Seiberg]

$$\left.\frac{c_{\Delta_1\Delta_2\Delta_3}}{\sqrt{c_{\Delta_1}c_{\Delta_2}c_{\Delta_3}}}\right|_{\lambda\to\infty}=1$$

・GKP-Witten → 規格化された4点関数が一致：

$$\left.\frac{\left\langle\mathcal{O}_{\Delta_1}\mathcal{O}_{\Delta_2}\mathcal{O}_{\Delta_3}\mathcal{O}_{\Delta_4}\right\rangle}{\sqrt{c_{\Delta_1}c_{\Delta_2}c_{\Delta_3}c_{\Delta_4}}}\right|_{\lambda_{SYM}\to\infty}=\left\langle\mathcal{O}_{\Delta_1}\mathcal{O}_{\Delta_2}\mathcal{O}_{\Delta_3}\mathcal{O}_{\Delta_4}\right\rangle_{SUGRA}$$

シミュレーション結果

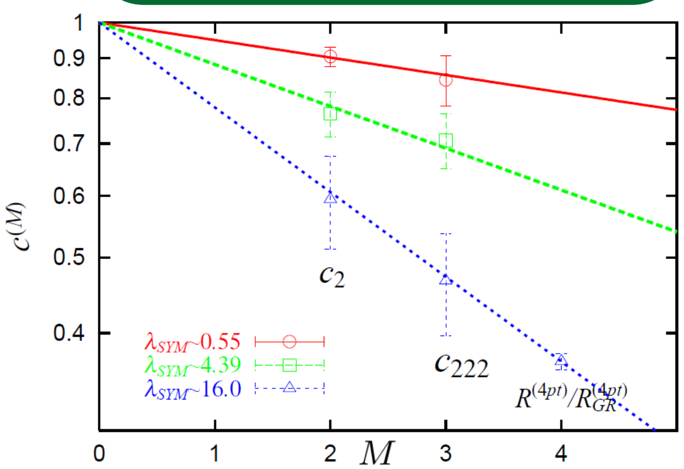
ここでは、全てのΔについて、**Δ＝2**の場合を計算

もし対応が成り立てば、

$$\boxed{c_{222}=c_2^{3/2},\quad \frac{R^{(4\text{pt})}}{R_{GR}^{(4\text{pt})}}=c_2^2=c_{222}^{4/3}\quad\text{for }\lambda_{SYM}\to\infty,}$$

$$c^{(2)}=c_2,\ c^{(3)}=c_{222},\ c^{(4)}=\frac{R^{(4pt)}}{R_{GR}^{(4pt)}}\quad \text{と置くと、}$$

$$\boxed{c^{(M)}=\left(c^{(2)}\right)^{M/2}\quad\text{for }\lambda_{SYM}\to\infty.}$$



$$(N,\ n,\ \nu,\ k,\ \Lambda)=(6,\ 3/2,\ 2,\ 2,\ 12)$$
$$(\lambda_{SYM},\ \beta)\sim(0.55,\ 10.0),\ (4.39,\ 5.0),\ (16.0,\ 3.25)$$