不安定粒子の質量分布について

寿命がτ秒の不安定粒子は発生してからτ秒後に存在する確率が 1/e になるので、その波動関数 ψ(t) は

$$|\psi(t)|^2 = |\psi(0)|^2 e^{-t/\tau} \qquad (1)$$

のようになる。これには粒子のエネルギーを E に虚数部分を導入して

$$E = E_0 - i\frac{\Gamma}{2} \qquad (2)$$

と定義しておけば、

$$\psi(t) = \psi(0)\exp(-iEt/\hbar) = \psi(0)\exp(-iE_0 t/\hbar)\exp(-\Gamma t/2\hbar) \qquad (3)$$

が一般の波動関数の時間依存性だから

$$|\psi(t)|^2 = |\psi(0)\exp(-iEt/\hbar)|^2 = |\psi(0)|^2 e^{-\frac{\Gamma}{\hbar}t} \qquad (4)$$

となり、寿命とΓの関係は

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} \qquad (5)$$

となる。$\hbar$ = h/2π = 6.6 x 10^{-22} MeV . sec であるから当然

Γ	τ	c˙τ
10 MeV	6.6 x 10^{-22} sec	2 x 10^{-12} cm
1 GeV	6.6 x 10^{-24} sec	2 x 10^{-14} cm
100 GeV	6.6 x 10^{-26} sec	2 x 10^{-16} cm

となる。

式（３）をフーリエ変換すると非相対論的 Breit-Wigner の共鳴状態の式がでる：

$$\psi(E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int \psi(t) e^{iEt/\hbar} dt = \frac{i\hbar\psi(0)}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{(E-E_0) + i\Gamma/2} \qquad (6)$$

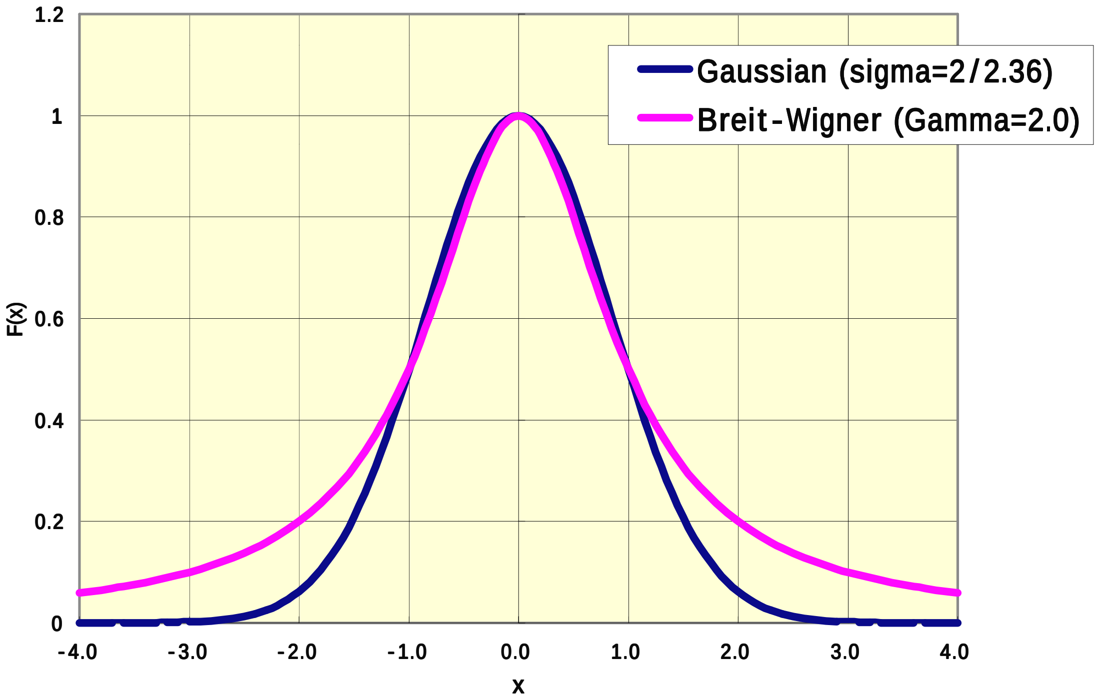
従ってエネルギーE の状態にいる確率は

$$|\psi(E)|^2 = \frac{\hbar^2 |\psi(0)|^2}{2\pi} \frac{1}{(E-E_0)^2 + \Gamma^2/4} \qquad (7)$$

E を質量で置きかえれば静止質量の分布になる。この非相対論的 Breit-Winger 分布と正規分布

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp(-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}) \tag{8}$$

の違いは次のグラフでわかる。



このように Breit-Wigner 式を Gaussian で近似すると、テールの部分で相当違うので、特に巾の広い共鳴状態を扱うときは注意することが必要である。

以上（2001.08.07 T. Kondo）