ゲージ／重力対応の直接検証とブラックホールの弦理論的記述

平成20年 3月 22日（土）-26日（水）
日本物理学会　第63回年次大会
近畿大学本部キャンパス

高エネルギー加速器研究機構　　西村　淳

□ References　Hanada-J.N.-Takeuchi,

PRL 99 ('07) 161602 [arXiv:0706.1647]

Anagnostopoulos-Hanada- J.N.-Takeuchi,

PRL 100 ('08) 021601 [arXiv:0707.4454]

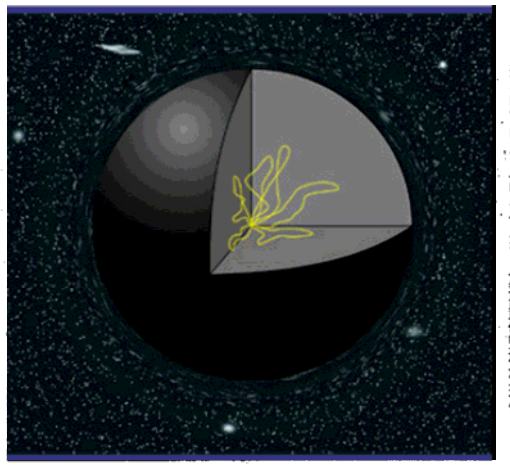
↓毎日(08.1.20)

ブラックホール内部 超弦理論で解明

高エネ研、スパコン使い再現

究極の理論とされる「超弦理論」に基づくブラックホール内部を、高エネルギー加速器研究機構（茨城県つくば市）などの研究チームがシミュレーションで再現し、英国のホーキング博士の理論に一致することを確かめた。謎の多いブラックホール研究を進展させると共に、極めて困難な超弦理論の証明にスーパーコンピューターのシミュレーションが有効であることを初めて示した点でも注目されそうだ。

ブラックホールは、質量が大きな星の進化の最終段階などで作られる天体。重力が極めて強いため、光さえも抜け出せないと考えられていた。これに対し、ホーキング博士は74年、真空中でも粒子と反粒子が対になって生成と消滅を繰り返す量子効果と、アインシュタインの一般相対性理論を組み合わせ、外から見るとブラックホールから熱的な放射が生じているようになるとする理論を提案。ブラックホールは最終的には「蒸発」すると主張し、大きく注目された。しかし、ブラックホールの中心付近は一般相対性理論を適用できず、どのような状態かは謎だった。



超弦理論が予測するブラックホール内部の様子。素粒子を表す多数の「弦」が、中心に端を持ちながら揺らいでいる＝高エネルギー加速器研究機構提供

宇宙の起源 解き明かせるか

超弦理論によると、ブラックホールの内部は強い重力のため、素粒子を表す「弦」が中心に凝縮。中心に両端を持つ多数の弦が揺らいだ状態になっていると予測される。

そこで研究チームは、同機構のスーパーコンピューターを使ってこの予測を検証した。「弦」の振動を周波数に応じて効率よく計算する新しい手法で計算した結果、ホーキング博士が示した理論と一致することが分かった。

研究責任者の西村淳同機構素粒子原子核研究所准教授（素粒子物理学）は「ブラックホールの性質が超弦理論で理解できたということは、ほとんど明らかでなかった超弦理論の実在を示す有力な証拠になる。今後もこの理論に基づく計算機シミュレーションによって、宇宙の起源や素粒子の性質などを解明したい」と話している。

米科学誌「フィジカル・レビュー・レターズ」（電子版）に15日掲載された。【河内敏康】

超弦理論

ことば 子は「粒」ではなく、一次元的な広がりを持った極めて微小な「弦」として考える理論。「超ひも理論」とも呼ばれる。弦の振動の仕方などによってさまざまな素粒子を表すことができる。

素粒子の間に働く基本的な相互作用には、電磁気力、弱い相互作用、強い相互作用、重力の4種類がある。重力以外の三つを記述する理論はあるが、重力まで含めた究極の理論はこれまでなかった。超弦理論では、重力を伝える素粒子「重力子」も含むため、四つの相互作用を統一して考えることが可能な理論として期待されている。しかし、弦の間に働く相互作用が強いため、具体的な計算が非常に難しく、実証された例はほとんどない。

何がなされたのか

- 超対称 $U(N)$ゲージ理論の数値シミュレーション

  maximal SUSY（超電荷１６個）を持つ系の

  強結合領域における初めての第一原理計算

- ゲージ／重力対応の直接検証
- ブラックホールの熱力学に対する微視的な理解
- 超弦理論の非摂動的研究への第一歩

  10次元時空から4次元時空がダイナミカルに出現するか？

目次

1. ゲージ／重力対応とは

超対称ゲージ理論	⟺	古典重力
強結合		弱結合
有限温度		ブラックホール

2. ブラックホールの熱力学的性質とその微視的理解
3. 超対称ゲージ理論の数値シミュレーションと結果
4. 4次元時空は出てくるのか？
5. まとめ

1. ゲージ／重力対応とは

ゲージ／重力対応とは

Maldacena ('98)　5164 cites（08.3.21現在）
Weinberg('67), 小林・益川('73)に次いで第3位

- ラージNゲージ理論　$\simeq$　重力理論

$D \leq 4$　次元　　10次元　反ドジッター時空

場の量子論（強結合領域）と古典重力との等価性

理論面

- 「ラージNゲージ理論のマスターフィールドは重力場」
  't Hooft('74)以来の夢が実現
- 「emergent space-time」、「ホログラフィー」
  江口・川合模型('82)、行列模型による弦理論の定式化('97)

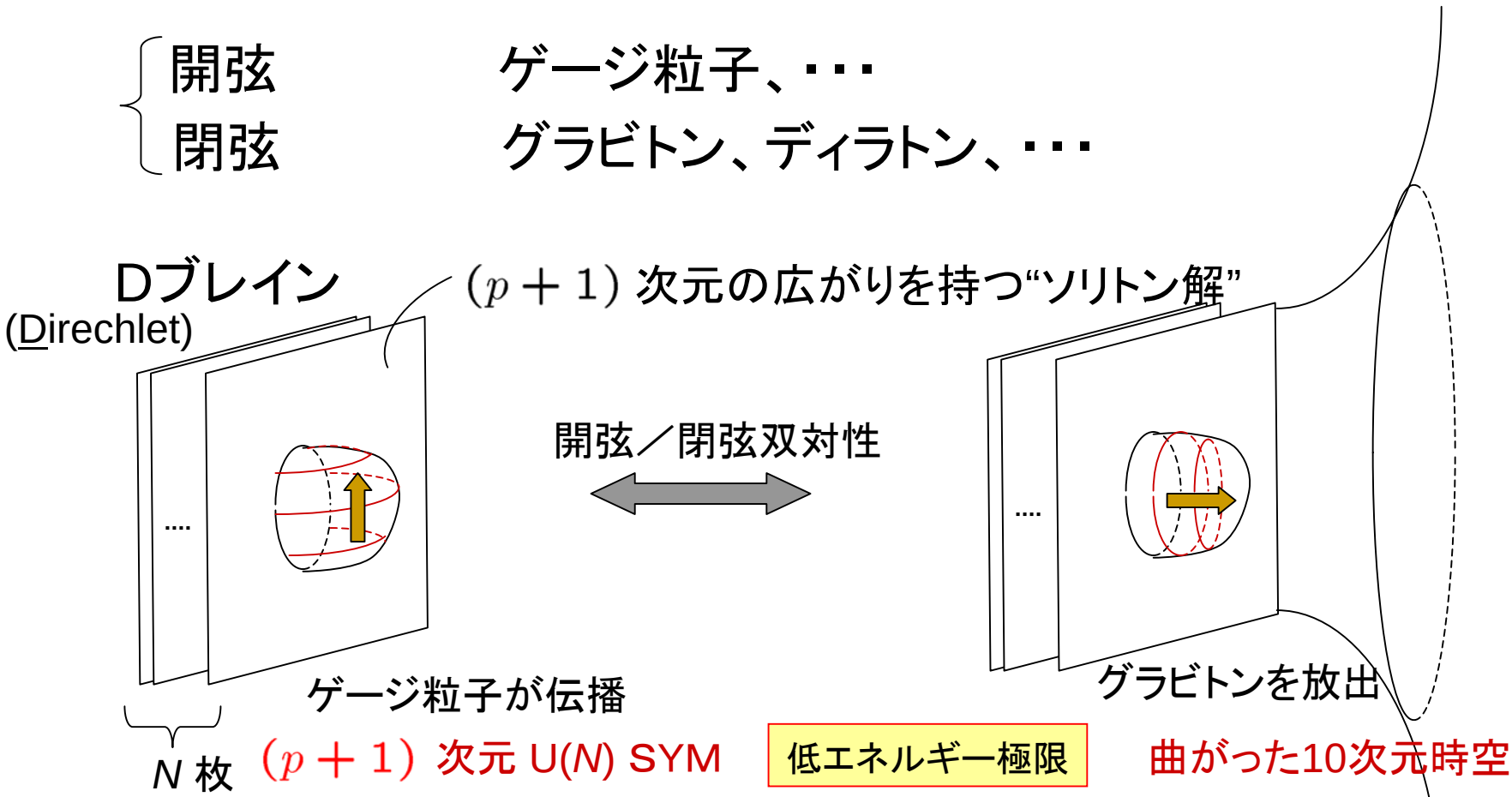
応用面

- "QCD"の低エネルギー有効理論を重力側から導出
  Witten('98)、酒井・杉本模型('05)　寺嶋靖治氏、村田仁樹氏、深瀬陽子氏、齋藤卓氏、石原雅文氏の講演
- QGPの粘性係数を重力側から計算　Policastro-Son-Starinets('01)
- ブラックホール、インフレーション、ビッグバン特異点の回避

マルダセナ予想の根拠

- 超弦理論　　massless の振動モード

  開弦　　ゲージ粒子、・・・
  閉弦　　グラビトン、ディラトン、・・・



ゲージ／重力対応に関連した発展

- $p = 3$ の場合 （D3-brane）

4次元 $\mathcal{N} = 4$ $U(N)$ SYM $\simeq$ $\mathrm{AdS}_5 \times \mathrm{S}^5$
Superconformal 対称性 「AdS/CFT」 Maldacena('98)

- 相関関数を計算する処方箋 Gubser-Klebanov-Polyakov('98), Witten('98)
- Wilson loopの計算 Rey-Yee('98), Maldacena('98)
- 有限温度、相転移 Witten ('98) SUSYを壊す
- 強結合極限をとらない ⟶ $\mathrm{AdS}_5 \times \mathrm{S}^5$ 時空上の弦の古典論
  演算子のscaling dim. と 弦のエネルギースペクトルとの対応
  Berenstein-Maldacena-Nastase('02), Minahan-Zarembo('03),…
- グルオン散乱振幅の計算 Alday-Maldacena('07) 昨日の伊藤克司氏の講演
- 弦の世界面上の理論のスケール不変性に基づく導出 川合-須山('07)

- $p = 0,1,2$の場合 Itzhaki-Maldacena-Sonnenschein-Yankielowicz ('98)

- (p+1)次元SYM 超電荷16個、 non-conformal
- さらに有限温度の場合、 SUSYを壊す

我々が検証したケース
p=0の場合(D0-brane)

2.　ブラックホールの熱力学とその微視的理解

ブラックホールの熱力学とその微視的理解

- ブラックホール

アインシュタイン方程式の古典解（1915～）

熱力学的な性質を持つ(1970年代初め)

Hawking輻射（'74）： 「Hawking温度」で特徴づけられる熱的な輻射

$$S = \frac{k_{\mathrm{B}} c^3}{4\hbar G_{\mathrm{N}}} A$$

Bekenstein-Hawking エントロピー公式
A はホライズンの面積

「ブラックホールの統計力学」 微視的な自由度に基づく理解

ブラックホールの内部構造（ホライズン内部）の解明
真性特異点の存在 ⇒ 一般相対論に基づく古典的時空像が破綻

重力（時空）の量子論的な記述が必要
「弦理論」があるが、一般には困難

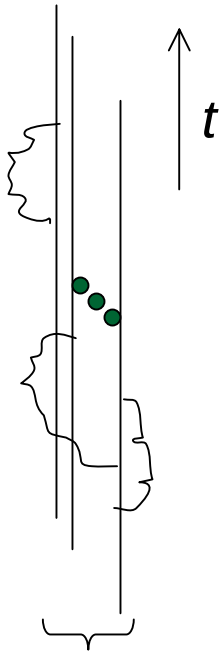
強結合ゲージ理論からブラックホール熱力学へ

Itzhaki-Maldacena-Sonnenschein-Yankielowicz ’98

1次元 U(N) 超対称
ゲージ理論

温度 T

λ : ’t Hooft coupling



N 個のD0ブレーン

ホライズン

10次元 IIA 超重力理論
0-ブレーン解

near-extremal

$$\lambda = g_s N \alpha'^{-3/2}$$

D0ブレーンに端を持つ
開弦の統計力学

?

λ, N が
大きい極限

ブラックホール熱力学

$$\frac{1}{N^2}\left(\frac{E}{\lambda^{1/3}}\right) = C\left(\frac{T}{\lambda^{1/3}}\right)^p$$

$$C = \frac{9}{14}\left(4^{13}15^2\left(\frac{\pi}{7}\right)^{14}\right)^{1/5} = 7.407\ldots$$

$$p = \frac{14}{5} = 2.8$$

Klebanov-Tseytlin ’96

これまでの研究とどこが違うか？

- Strominger-Vafa ('96)

"Microscopic origin of the Bekenstein-Hawking entropy"

5次元 extremal ブラックホール $(T=0)$

エントロピー ＝ 基底状態の縮退度

超対称非くりこみ定理

BPS ソリトンの束縛状態を数え上げる問題に帰着

その後の関連した研究でも、
<u>何らかの方法で強結合の難しさを避ける</u>

昨日の堀田暁介氏、西岡辰磨氏の講演
$\mathrm{AdS}_3/\mathrm{CFT}_2$　$\mathrm{AdS}_2/\mathrm{CFT}_1$

我々の結果は、開弦の強結合ダイナミクスをあらわに解くことによって、
ブラックホールの熱力学を再現できた初めての例
注) 超対称性は有限温度のため、壊れている。conformal inv.もない

3.　超対称ゲージ理論の数値シミュレーションと結果

D0ブレーンの低エネルギー有効理論

- 10次元の $\mathcal{N}=1$ U(*N*) 超対称ゲージ理論を
  1次元にdimensional reduction　　16個の超電荷

$$S_{\rm b} = \frac{N}{\lambda}\int_0^\beta dt\ {\rm tr}\left\{\frac{1}{2}(DX_i(t))^2 - \frac{1}{4}[X_i(t), X_j(t)]^2\right\}$$

$$S_{\rm f} = \frac{N}{\lambda}\int_0^\beta dt\ {\rm tr}\left\{\frac{1}{2}\psi_\alpha D\psi_\alpha - \frac{1}{2}\psi_\alpha(\gamma_i)_{\alpha\beta}[X_i, \psi_\beta]\right\}$$

$A(t)$: U(N) ゲージ場　　$D = \partial_t - i\,[A(t),\ \cdot\ ]$

$X_j(t)$　$(j = 1, \cdots, 9)$　周期的境界条件

$\psi_\alpha(t)$　$(\alpha = 1, \cdots, 16)$　反周期的境界条件

$\beta = \frac{1}{T}$　温度

- 有効結合定数　$\lambda_{\rm eff} = \frac{\lambda}{T^3}$

以下一般性を失うことなく　$\lambda = 1$

高温 ➡ 弱結合　高温展開（Kawahara-J.N.-Takeuchi '07）

低温 ➡ 強結合　10次元ブラックホールからの予言

フーリエモード・シミュレーション

Hanada-J.N.-Takeuchi, PRL 99 (07) 161602 [arXiv:0706.1647]

- 格子正則化の問題

$$\{Q, \bar{Q}\} \propto P_\mu$$

→ 並進対称性
格子では離散的なもののみ。

- 一次元系では、非摂動的にゲージ固定が可能

$$A(t) = \frac{1}{\beta}\mathrm{diag}(\alpha_1, \cdots, \alpha_N) \qquad -\pi < \alpha_a \leq \pi$$

$$S_{\mathrm{FP}} = -\sum_{a<b} 2\ln\left|\sin\frac{\alpha_a - \alpha_b}{2}\right|$$

→ Fourier mode cutoff

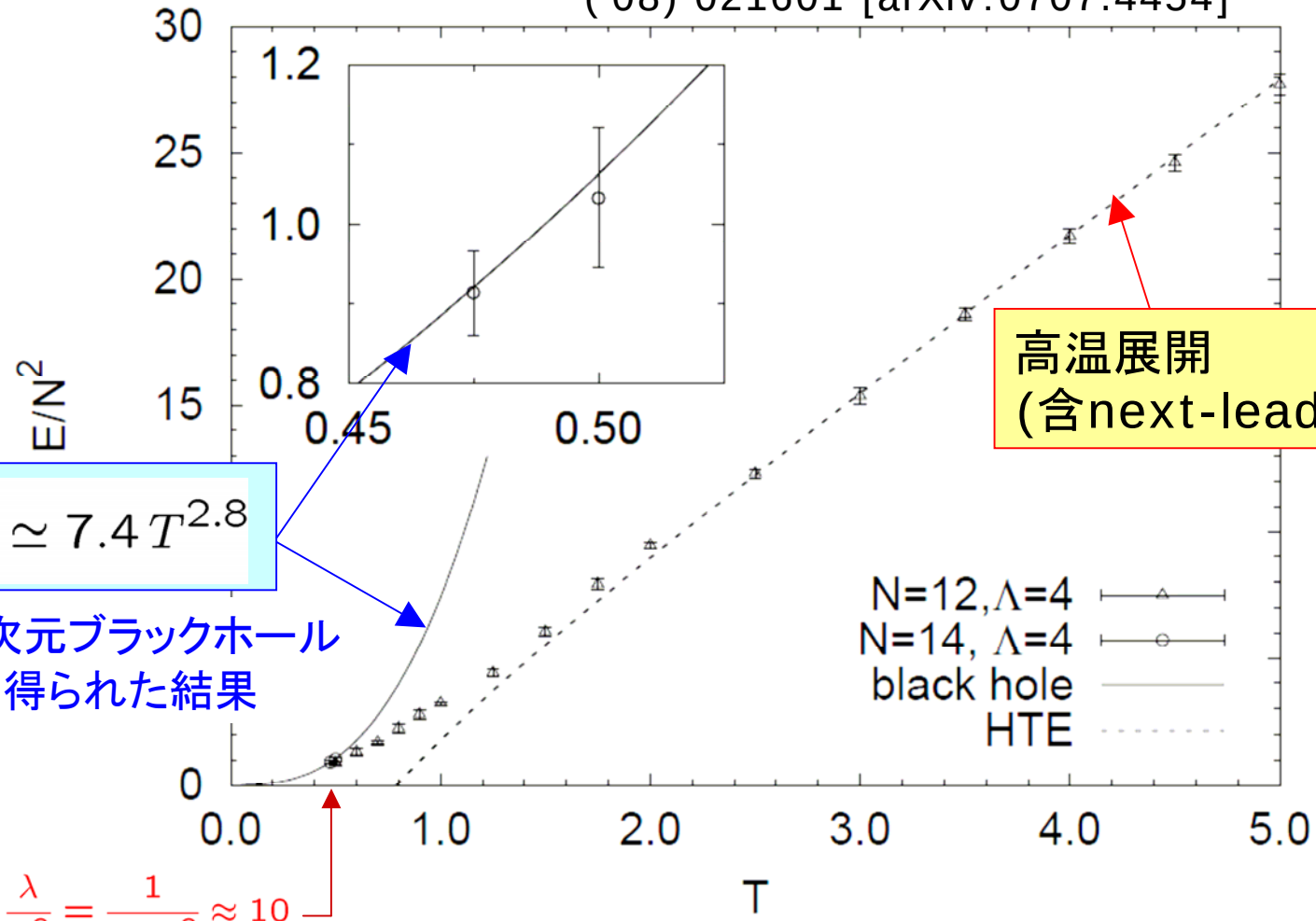
$$X_i^{ab}(t) = \sum_{n=-\Lambda}^{\Lambda} \tilde{X}_{in}^{ab} e^{i\omega n t} \qquad \omega = \frac{2\pi}{\beta}$$

結果：内部エネルギー

$$E = \frac{\partial}{\partial \beta}(\beta \mathcal{F})$$

free energy

Anagnostopoulos-Hanada- J.N.-Takeuchi, PRL 100 ('08) 021601 [arXiv:0707.4454]



高温展開
(含next-leadingの寄与)

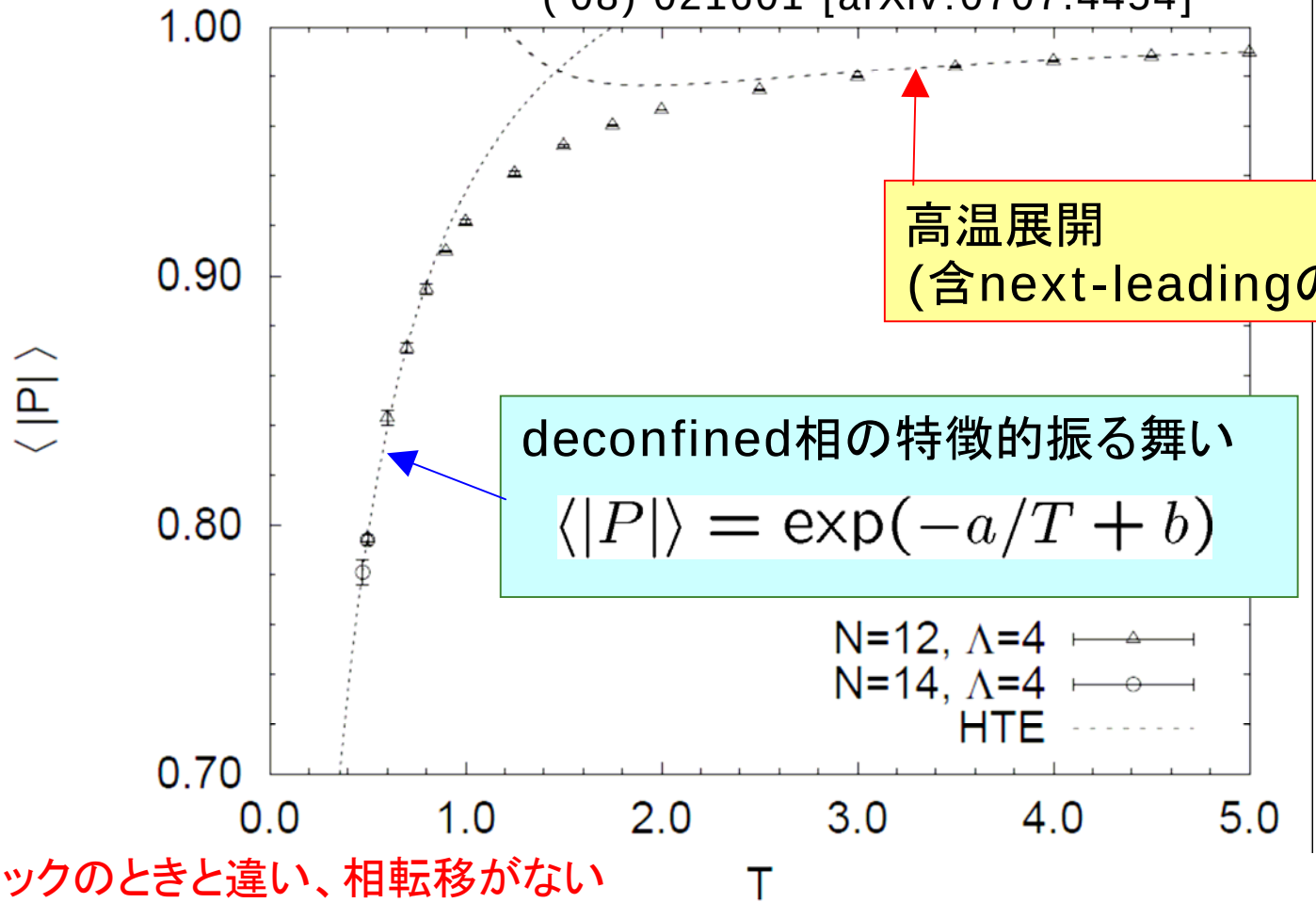
$$\frac{E}{N^2} \simeq 7.4\, T^{2.8}$$

10次元ブラックホール
から得られた結果

$$\lambda_{\rm eff} = \frac{\lambda}{T^3} = \frac{1}{0.46^3} \approx 10$$

結果 ： ポリャコフ・ライン

Anagnostopoulos-Hanada- J.N.-Takeuchi, PRL 100 ('08) 021601 [arXiv:0707.4454]



高温展開
(含next-leadingの寄与)

deconfined相の特徴的振る舞い

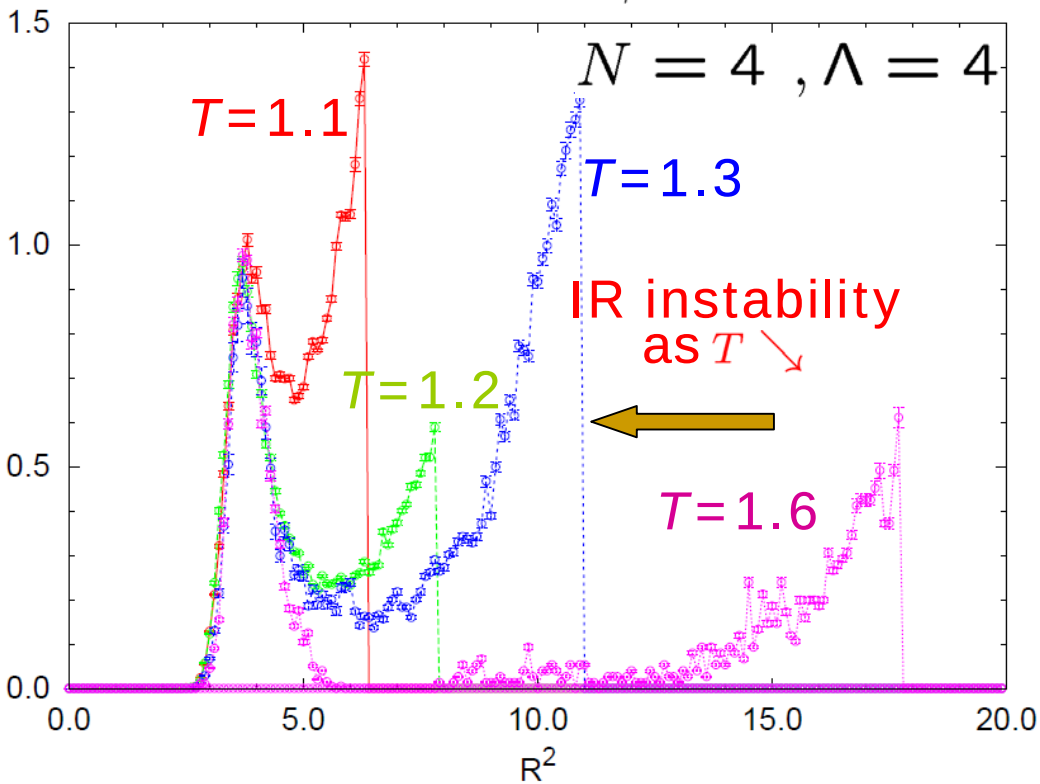
$$\langle |P| \rangle = \exp(-a/T + b)$$

ボゾニックのときと違い、相転移がない

➡ 重力側での解析(Barbon et al., Aharony et al.)とconsistent

$[X_\mu, X_\nu] \approx 0$ に対するflat directionに起因する不安定性

distribution of $R^2 = \frac{1}{N\beta}\int_0^\beta dt\ \mathrm{tr}(X_i(t))^2$



Nを大きくすると、
不安定領域は右にシフト

十分 N を大きく $\left(N \gtrsim \frac{6}{T}\right)$ とっておけば、実際上の問題はない。

物理的意味

今考えているブラックホールの持つ量子論的不安定性？

ホーキング輻射？

ゲージ／重力対応に関するシミュレーション研究　～今後の展望～

ゲージ理論側（強結合）を直接研究できる唯一の方法

- 低温領域での冪則 $\frac{E}{N^2} \simeq 7.4\,T^{2.8}$ の精密な検証

  フーリエモードを増やしていく必要 $\left(\Lambda \sim \frac{2}{T}\right)$

- Wilson loopの計算、重力側の計算との比較

  演算子レベルでの対応の検証　昨日の黒木経秀氏の講演

- 高次元の超対称ゲージ理論への拡張

  行列量子力学への埋め込み　昨日の伊敷吾郎氏、島崎信二氏 松本耕一郎氏の講演

- 超対称性が低い場合の検証

  QCD、宇宙論などへの応用の基礎として重要

4.　４次元時空は出てくるのか？

超弦理論の非摂動的定式化

- 10次元の $\mathcal{N}=1$ U(N) 超対称ゲージ理論を

1次元にdimensional reduction

➡ D0-ブレーンの低エネルギー有効理論

別の解釈

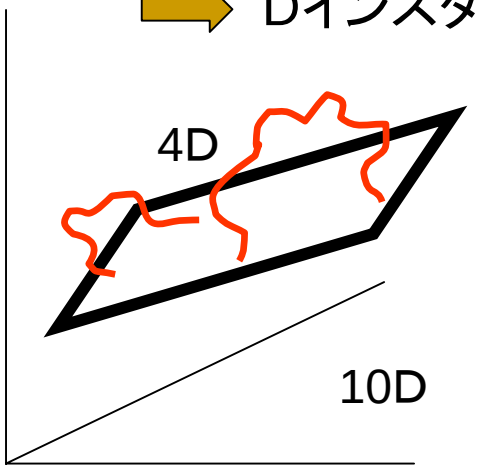
M理論(BFSS ’97)

0次元にdimensional reduction

➡ Dインスタントンの低エネルギー有効理論

タイプIIB超弦理論

(IKKT ’97)



ブレーン自体のダイナミクスを解く

➡ もともと弦の伝播しうる10Dの世界に
我々の4Dの世界が現れるか？

4次元時空が出てくるのか？

- IIB行列模型　(石橋・川合・北澤・土屋 '97)

$$S = N\mathrm{tr}\left\{-\frac{1}{4}[X_\mu, X_\nu]^2 + \frac{1}{2}\psi_\alpha(\Gamma_\mu)_{\alpha\beta}[X_\mu, \psi_\beta]\right\}$$

- 「慣性モーメントテンソル」

$$T_{\mu\nu} = \frac{1}{N}\mathrm{Tr}(X_\mu X_\nu)$$

10×10　実対称行列の固有値　$\lambda_1 > \lambda_2 > \cdots > \lambda_{10}$

SO(10)対称性の自発的破れを見るオーダーパラメタ

$N \to \infty$　の極限で、

$$\langle\lambda_1\rangle = \langle\lambda_2\rangle = \langle\lambda_3\rangle = \langle\lambda_4\rangle \gg \langle\lambda_5\rangle$$

というようなことが、起こるのか？　　SO(10)→SO(4)

時空次元に対する様々なアプローチ

- 低エネルギーの有効理論　（青木・磯・川合・北澤・多田 ’98）
  ブランチポリマー的な構造の持つ複雑なダイナミクス

- ガウス展開法
  SO(4)を保つ解が最も低い自由エネルギー（J.N.-杉野 ’01）
  次数を上げるテクニック（川合・河本・黒木・松尾・篠原’01、青山・川合・渋佐）
  簡単化した模型での計算　（J.N.-大久保-杉野’05）
  6D IKKT模型　（青山-J.N.-大久保 in prep.）　この後の大久保敏之氏の講演

d =3 の時空が選ばれる（？）

- フェルミオン行列式の位相の効果
  つぶれた配位（但し $d \geq 3$）を favor　(J.N.-Vernizzi ’00)
  この効果を取り入れる新しいシミュレーション法
  (Anagnostopoulos-J.N. ’02)
  6D IKKT模型（東-花田-J.N.-竹内 in prep.）　23日午前の竹内紳悟氏の講演

時空次元に対する様々なアプローチ（続）

- いろいろな次元を持ったファジー多様体に対する有効作用
  （北澤、高山、今井、金子、松本）

- ゲージ／重力対応の応用
  D0ブレーンの有効理論を考えて、SO(9)のSSBが
  重力側で不安定性として見えないか？
  （石橋明浩・磯・J.N.・住友）　この後の住友洋介氏の講演

行列模型の観点では、古典的な時空の描像は
低エネルギーでのeffectiveな概念

プランクスケールくらいに小さくなっている余剰次元を
時空計量で表現するのが、どこまで正しいか？

Randall-Sundrum模型
フラックス・コンパクト化
ランドスケープ
ストリング・インフレーション
・・・・・・・

5. まとめ

何がなされたのか

- 超対称 $U(N)$ゲージ理論の数値シミュレーション

  maximal SUSY（超電荷16個）を持つ系の

  強結合領域における初めての第一原理計算

- ゲージ／重力対応の直接検証
- ブラックホールの熱力学に対する微視的な理解
- 超弦理論の非摂動的研究への第一歩

  10次元時空から4次元時空がダイナミカルに出現するか？

超弦理論はどこまで来たか　～まとめに代えて～

QCD		超弦理論
強い相互作用	記述するもの	重力を含むすべての相互作用
自由なクォーク	摂動論	10次元時空
閉じ込め	非摂動ダイナミクス	コンパクト化
格子ゲージ理論 (Wilson ’74)	非摂動的定式化	超対称行列模型(BFSS,IKKT)
強結合展開 シミュレーション(Creutz ’80)	解析手法	ガウス展開法 シミュレーション
SU(2)、NJL模型 クエンチ近似	簡単化した模型	超対称性の低い模型、toy model 低エネルギー有効理論
ハドロンの性質	目標	ブラックホールの性質 時空次元、標準模型の導出