

1.2 GRACE

GRACE グループ

金子 敏明、石川 正、湯浅 富久子

1.2.1 はじめに

素粒子物理学では、標準模型やそれを越えた模型などが提唱されて、物質の元となる素粒子の性質や時空の理解を進めようとしている。実際にこれらの素粒子の模型を使って高エネルギー実験の結果と合わせるために、素粒子物理学の場の理論に基づき lattice QCD のような非摂動的な扱いを行う方法と、摂動的に行う方法等があり研究が進められている。GRACE グループでは、与えられた物理模型（ラグランジアン）に基づき、摂動的に素粒子衝突反応の断面積を計算機で自動的に数値計算を行うためのシステム開発を行っている。とりわけ素粒子物理学におけるエネルギーフロンティアの加速器実験（LHC、国際リニアコライダー計画）においては、ヒッグス粒子や未知の素粒子を発見することが期待されており、高エネルギー衝突で起こる様々な現象を高精度で測定することが期待される。実験データを解析し素粒子の性質などを精密に分析するためには、多様な素粒子衝突反応の高次補正を含む精密で大規模な理論計算が不可欠となっている。自動計算システムを構築するためには場の理論の記号处理的な取り扱いから、数値計算法など様々な計算機科学にも密接に関係するものであり、計算科学センターにおいて研究開発を行っている。

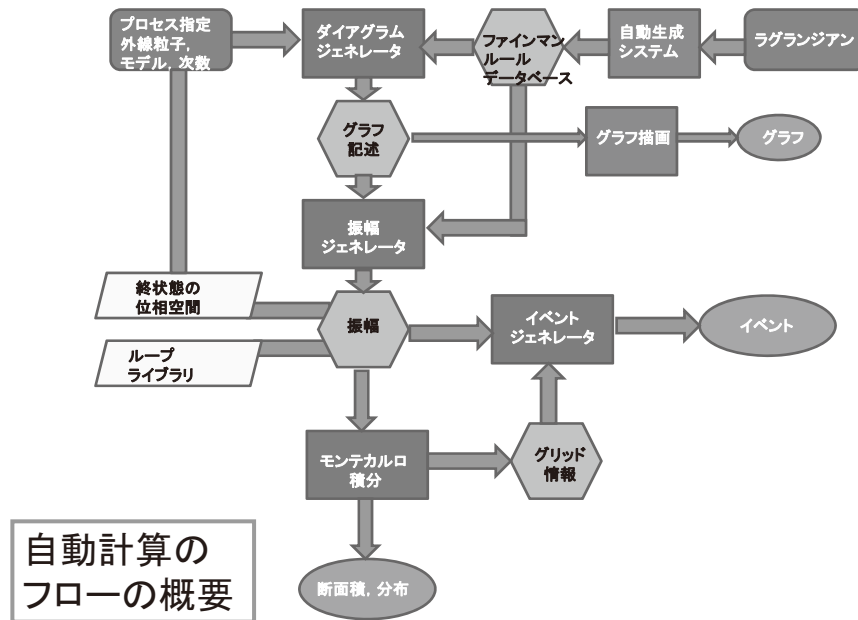


図 1：自動計算システムの概要

1.2.2 超幾何関数による1ループ積分

高エネルギー実験の解析においては、素粒子理論の予言と比較することにより自然界に関する情報を得ることができる。こうした理論的予測を求めるためには場の理論の摂動論的解析が不可欠である。とくに近年の高統計・高精度実験では、摂動論のループ積分を含む高次補正の計算を行う必要がある。また、複数の種類の粒子が関与する素粒子反応の予言値を求める場合には、粒子の質量および反応に関与するエネルギー等、複数のパラメータを含むことになり、多変数関数としての解析が必要となる。通常、これらは粒子の質量が0になるか否かの場合に応じて別々の解析的計算がなされている。また、このようなループ積分に関する数値計算を行うためには、その関数の振る舞いを詳しく知る必要がある。一般にループ積分は超幾何関数のある種の拡張形で表されることが以前より知られている。しかしながら、それはあまりに一般的であるために数値計算の方法が知られていない。本研究はより具体的な性質を探るために、ループ積分が超幾何関数の様々なクラスの内、どのようなグループに含まれるかを明らかにすること、それを基にして数値計算法への応用を探ることを目的とする。

1ループ4点関数は、内線の粒子の質量の内いくつかは0となる場合には Lauricella の FD で表されることが昨年までの研究で判明し、さらに近似により通常の対数関数や二重対数関数で表され数値計算が可能であることがわかった。今年度は、一般の場合の1ループ4点積分が、青本-Gelfand 型の超幾何関数で表されることがわかった。また、時空4次元付近では対数関数や二重対数関数で近似できることも判明した。しかし、この関数の性質を解析し、それを数値計算に生かすのは今後の課題である。

1.2.3 Direct Computation Method

摂動論の高次補正の計算に現れるループ積分は多次元複素積分であり、被積分関数は多変数の有理関数となっている。この積分は分母がゼロになるときに発散する。また、赤外発散や紫外発散などが現れることがあり、これらを取り扱うことも必要となる。本研究では、ループ積分を解析的な方法を用いず全てを数値計算で行う方法 (DCM : Direct Computation Method、直接計算法とよぶ) の開発を進めている。

DCM は、数値積分法と加速法の組み合わせからなる。具体的な手順は下記の通りである：

- (1) ループ積分の被積分関数の分母に導入されたパラメータを有限な数列として与える。
- (2) 各パラメータに対応した積分結果を数値積分法で求め、数列として得る。
- (3) 積分結果の数列の極限を加速法で求め、それをループ積分の最終結果とする。

手順は数値的なので、「ループの数によらない→マルチループに拡張可能」、「外線の数によらない→マルチレッグに拡張可能」、「ループ内の粒子の質量を任意に与えられる→関与する粒子の多い電弱理論に対応可能」という有利な点をもつ。これまでに、DCM で1ループ

6 点関数までの事例計算や 2 ループ 4 点関数までの事例計算を終了したので、2011 年度は結果の発表および論文作成を進めた。

一方 DCM は、運動学的なパラメータと質量の値によっては計算時間を要したり、桁落ちにより精度を失う場合がある。このような数値計算上の課題を克服するために、アクセラレータボードを用いた高速化の研究や多倍長精度の計算法の研究を並行して行っている。2011 年度には、会津大学や成蹊大学との共同研究のもと、4 倍精度で赤外発散をもつ 1 ループ 3 点関数の積分計算を AMD 社の GPU ボードにより大幅に高速化することに成功した。この高速化では、数値積分法として二重指数関数型積分法を、加速法として Wynn のイプシロン算法を用いた。今後は、より複雑なループ積分の高速化と他の数値積分法を用いた場合についての高速化を進めていく。

1.2.4 アクセラレータボードの利用と開発

天文学における GRAPE プロジェクトは、専用ハードウェアとソフトウェアを組み合わせることで、重力多体問題のシミュレーション研究を推進し世界的な評価を得てきている。他方、素粒子物理学における摂動論による素粒子反応自動計算システムは、複数の研究グループにより開発が進められているが、これらは主としてソフトウェアの開発であり専用ハードウェアを用いているものはない。

2011 年度は、GRAPE-MP のマルチボードでの性能評価と、4 倍精度、6 倍精度、8 倍精度演算チップ (GRAPE-MP468) を FPGA で試作した。

1.2.5 研究会「多倍長精度計算フォーラム」の開催

2011 年 12 月 10 日に工学院大学新宿校舎で、共同主催 (計算科学センター、HPCI 戦略プログラム分野 5「物質と宇宙の起源と構造」、計算基礎科学連携拠点、工学院大学) で「多倍長精度計算フォーラム」第 2 回研究会を開催した。

物理学、数学、情報学の分野から 33 名 (19 組織) の参加者があり、活発な議論が交わされた。プログラム、講演スライドなどを <http://suchix.kek.jp/mpcomp/> で公開している。

出版本

*E.de Doncker and F.Yuasa, " Toward Automatic Regularization for Feynman Loop Integrals in Perturbative Quantum Field Theory ", "Measurements in Quantum Mechanics", Ed. M. R. Pahlavani, 2012, ISBN 978-953-51-0058-4, <http://www.intechopen.com/books/measurements-in-quantum-mechanics/toward-automatic-regularization-for-feynman-loop-integrals-in-perturbative-quantum-field-theory> (査読あり)

発表論文

- * T. Ueda and T. Kaneko, "A geometric approach to sector decomposition",
Proceedings of Science, CPP2010(2011)015. (査読なし)
- * T. Kaneko, "Numerical calculation of one-loop integration with hypergeometric functions", Proceedings of Science, CPP2010(2011) 010. (査読なし)
- *E.de Doncker, J.Fujimoto, N.Hamaguchi, T.Ishikawa, Y.Kurihara, M.Ljucovic,
Y.Shimizu, F.Yuasa, " Extrapolation Algorithms for Infrared Divergent Integrals ",
Proceedings of Science, PoS (CPP2010)011. (査読なし)
- *F.Yuasa, T.Ishikawa, Y.Kurihara, J.Fujimoto, Y.Shimizu, N.Hamaguchi, E.de Doncker,
K.Kato, " Numerical Approach to Calculation of Feynman Loop Integrals ",
Proceedings of Science, PoS (CPP2010)017. (査読なし)
- *H.Daisaka, N.Nakasato, J.Makino, F.Yuasa, T.Ishikawa, " GRAPE-MP: An SIMD
Accelerator Board for Multi-precision Arithmetic ",
Procedia CS 4: 878-887 (2011). (査読あり)
- *K.Kato, E.de Doncker, N.Hamaguchi, T.Ishikawa, T.Koike, Y.Kurihara, Y.Shimizu,
F.Yuasa, " Numerical Approach to Multi-loop Integrals", Proceedings of Science, PoS
(QFTHEP2011) 029. (査読あり)
- * J. Fujimoto., N. Hamaguchi, T. Ishikawa, T. Kaneko, Y. Kurihara, S. Odaka,
Y.Shimizu, F. Yuasa, T. Inoue, T. Koike, T. Kon, M. Jimbo, K.Kato, M.Kuroda and E.de
Docnker, "The GRACE project - QCD, SUSY, Multi-loop -"
PoS(RADCOR2011)011, 2012. (査読あり)
- *M. Jimbo, T.Inoue, T. Jujo, T. Kon, T. Ishikawa, Y.Kurihara, K. Kato, and M.
Kuroda, "Pair-production and three-body decay of the lighter stop at the ILC one-loop
order in the MSSM"
LCWS11 Workshop, September 25, 2011,Granada, Spain, arXiv:1202.6295 (査読なし)
- *M. Jimbo T. Ishikawa and M. Kuroda, "Slepton NLG (Non-Linear Gauge) in
GRACE/SUSY-loop", Pos(CPP2010)005 (査読なし)

*T.Kon, J.Fujimoto, K.Iizuka, T.Inoue, T.Ishikawa, M.Jimbo, H.Jujo, H.Kataoka, K.Kato, T.Koike, Y.Kurihara, M.Kuroda "Recent Physical Results using GRACE/SUSY", Pos(CPP2010)008 (査読なし)

口頭発表

* T. Kaneko, "One-loop integrations with Hypergeometric functions", ACAT 2011, 2011 年 9 月 8 日, Brunel Univ., London, UK.

* T. Kaneko, "One-loop Integrations with Hypergeometric Functions", Mini-workshop on methods and automatical tools in perturbative calculations of Quantum Field Theory, 2011 年 11 月 4 日, IHEP, 北京, 中国

* F. Yuasa, "Computation of two-loop integrals with masses by numerical integration and extrapolation", LoopFest X, Northwestern University in Evanston, IL, USA, May 12-14, 2011.

*F. Yuasa, "Progress on the Direct Computation Method", ACAT2011 (14th International Workshop on Advanced Computing and Analysis Techniques in Physics Research), Brunel University, Uxbridge, London, UK, September 5-9, 2011.

*湯浅富久子、「リダクションによらない 1 ループ 5、6 点積分の計算法」、日本物理学会 2011 年秋季大会 2011 年 9 月 16 日 - 19 日 弘前大学

*湯浅富久子、「リダクションによらない 2 ループ 2、3、4 点積分の計算法」、日本物理学会 第 67 回年次大会 2012 年 3 月 24 日 - 27 日 関西学院大学

*石川 正、「ファインマン・ループ積分の多倍長精度計算とその高速化」、日本物理学会 第 67 回年次大会 2012 年 3 月 24 日 - 27 日 関西学院大学

ポスター発表

*湯浅富久子、「計算機の進展による数的手法の分析」、平成 23 年度学融合研究事業公開研究報告会、2012 年 1 月 12-13 日、総合大学院大学学融合推進センター