

1.2 GRACE

金子 敏明、石川 正、湯浅 富久子

1.2.1 はじめに

素粒子物理学では、標準模型やそれを越えた模型などが提唱されて、物質の元となる素粒子の性質や時空の理解を進めようとしている。実際にこれらの素粒子の模型を使って高エネルギー実験の結果と合わせるために、素粒子物理学の場の理論に基づき lattice QCD のような非摂動的な扱いを行う方法と、摂動的に行う方法等があり研究が進められている。GRACE グループでは、与えられた物理模型 (ラグランジアン) を与え、摂動的に素粒子衝突反応の断面積を計算機で自動的に数値計算を行うためのシステム開発を行っている。とりわけ素粒子物理学におけるエネルギーフロンティアの加速器実験 (LHC、国際リニアコライダー計画) においては、未知の素粒子を発見することが期待されており、高エネルギー衝突で起こる様々な現象を高精度で測定することが期待される。実験データを解析し素粒子の性質などを精密に分析するためには、多様な素粒子衝突反応の高次補正を含む精密な大規模な理論計算が不可欠となっている。自動計算システムを構築するためには場の理論の記号处理的な取り扱いから、数値計算法など様々な計算機科学にも関係する研究要素があり、計算科学センターにおいても以下のような関連する研究開発を行っている。

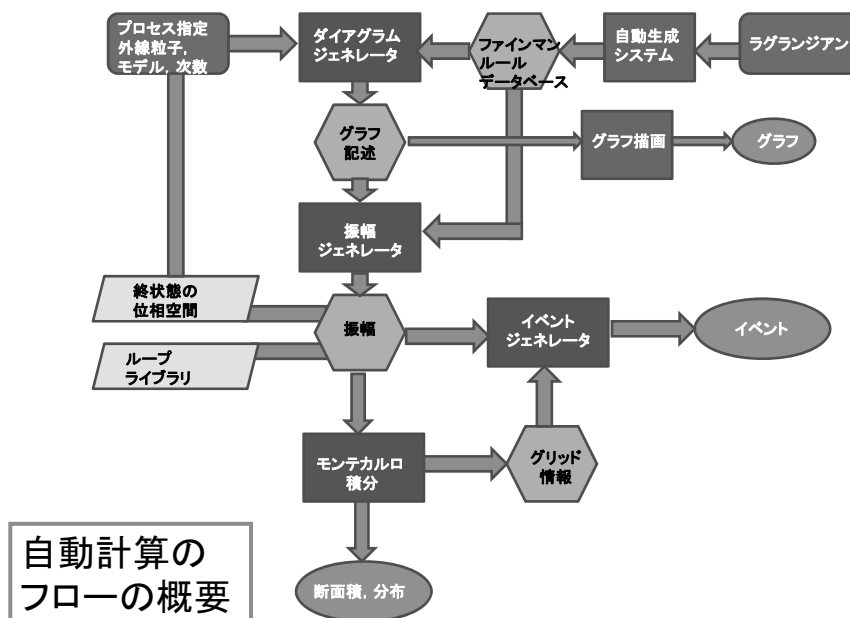


図 1 : 自動計算システムの概要

1.2.2 超幾何関数によるループ積分の数値解析

高エネルギー実験の解析においては、素粒子理論の予言と比較することにより自然界に関する情報を得ることができる。こうした理論的予測を求めるためには場の理論の摂動論的解析が不可欠である。とくに近年の高統計・高精度実験では、摂動論のループ積分を含む高次補正の計算を行う必要がある。また、複数の種類の粒子が関与する素粒子反応の予言値を求める場合には、粒子の質量および反応に関与するエネルギー等、複数のパラメータを含むことになり、多変数関数としての解析が必要となる。通常、これらは粒子の質量が 0 になるか否かの場合に応じて別々の解析的計算がなされている。また、量子色力学 QCD が関与する反応の解析では、赤外発散を処理するために 4 次元時空を一般の実数次元の時空に拡張した場合の計算が必要とされる。従来こうした様々な場合のそれぞれに応じて、物理的予言値を数値計算可能な多重対数関数等により表し、数値計算がなされてきた。しかしながらそのような計算では、パラメータの組み合わせによっては数値的な不安定性が発生することが観測されており、より安定した数値解析法が望まれてきた。

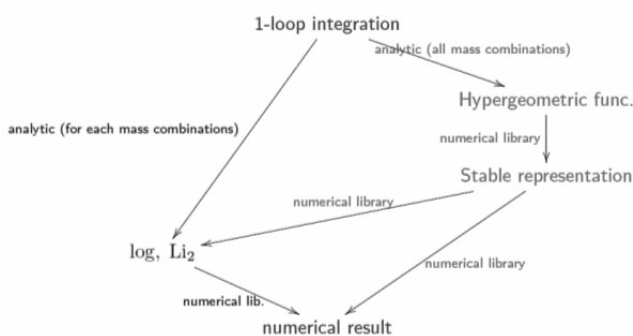


図 2

一方、ループ積分はある種の拡張された超幾何関数で表されることが知られており、特別な場合には具体的な表現が得られている。本研究では、1 ループ積分に関して任意の粒子の質量およびエネルギーの組み合わせ対して、任意の実数次元中で数値計算可能な超幾何関数の表現を求めることである。これにより、場合に応じてばらばらに計算するのではなく、統一的な数値計算が可能となる。また、超幾何関数については多くの解析的および代数的性質が知られており、これらを数値計算アルゴリズムの基礎とすることができる。また、超幾何関数の特異性についての情報から数値計算の不安定性に関する情報を引き出し、より安定な数値計算法を開発しようというものである。

本年度の研究により、1 ループ 2, 3 点関数のスカラーおよびテンソル積分が一般に拡張された超幾何関数の 1 種である Laurichella の FD 関数により近似なしに書き表されること、4 点関数については 4 次元時空の極限で必要となる量が、上記の FD により書き表されることがわかった。また、この範囲内では数値計算可能であることがわかった。なお、5 点以上の関数は 4 点以下の関数で表すことができる。さらに数値計算可能性を実証するために数値計算ライブラリを開発し、他国で開発されたライブラリと比較した結果、同程度

の計算精度が確保されることを示した。FD については特異点の位置を特定することが可能なので、より高精度の数値計算ライブラリの開発ができるものと期待される。

1.2.3 Direct Computation Method

摂動論の高次補正の計算に現れるループ積分は多次元複素積分であり、被積分関数は多変数の有理関数となっている。この積分は分母がゼロになるときに発散する。また、赤外発散や紫外発散などが現れるときがあり、これらを取り扱うことも必要となる。計算科学センターでは、ループ積分を解析的な方法を用いずに全てを数値計算で行う方法（DCM：Direct Computation Method、直接計算法とよぶ）の研究を進めている。

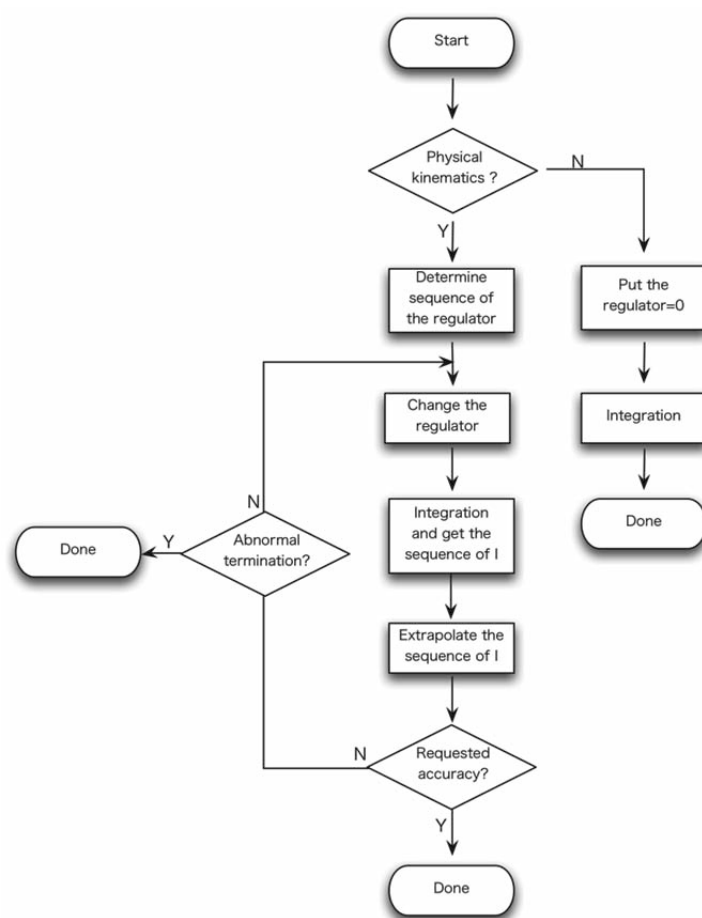


図3 DCM のプログラムの流れ図

DCM は、数値積分法と加速法の組み合わせからなる（DCM のプログラムの流れを図 3 に示す）。このため非常に高い柔軟性をもち、ループ積分が特異性を有する場合も計算可能、ループの内線の質量の有無によらずに計算可能、内線に幅をいれた場合も計算可能であるなど有利な点がある。2010 年度には、DCM で 2 ループ 4 点関数のスカラー積分で、7 つの内線の粒子が質量をもつ場合の事例計算が終了した。これにより DCM が、反応に参与す

る粒子の種類が多い電弱相互作用の高次補正計算にも有効であることを確認できた。一方 DCM は全ての過程を数値的に行うため、運動学的なパラメータと質量の値によっては計算時間がかかる、桁落ちにより精度を失う場合があるなど数値計算上の課題がある。このような課題を克服するために、最適な数値積分法の選択、最適な加速法の選択、多倍長精度の計算法および並列化による高速化の研究も並行して行っている。

アクセラレータボードの利用と開発

天文学におけるGRAPEプロジェクトは、専用ハードウェアとソフトウェアを組み合わせることで、重力多体問題のシミュレーション研究を推進し世界的な評価を得てきている。他方、素粒子物理学における摂動論による素粒子反応自動計算システムは、複数の研究グループにより開発が進められているが、これらは主としてソフトウェアの開発であり専用ハードウェアを用いているものはない。

我々は、平成 19 年度より GRAPE プロジェクトで開発された GRAPE-DR アクセラレータ上の利用を開始した。さらに国立天文台・会津大学・一橋大学との共同研究で素粒子物理学および天文学の数値計算のために 4 倍精度浮動小数点演算器の GRAPE-MP (Multi Precision) チップ (4 倍精度演算として約 1.2GFlops の性能を有する) を製作し、GRAPE-MP の単体での性能評価を行った。GRAPE-MP のマルチボードでの性能評価については今後進める予定である。4 倍精度のより長い精度の演算器の専用化のプロトタイプとして、6 倍精度演算チップ (GRAPE-MP6) を FPGA で試作した。また GRAPE-MP, GRAPE-MP6 を同じインターフェースで使うためのソフトウェアを用いて、性能評価を行った。

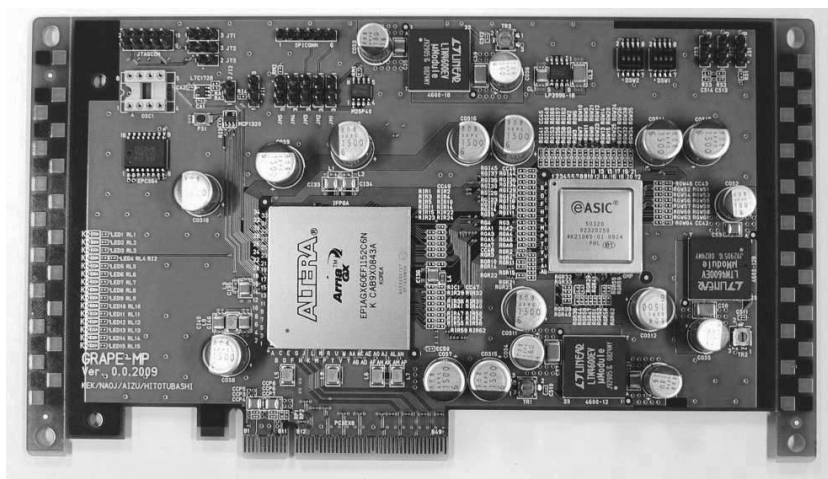


図 4: GRAPE-MP プロセッサを搭載したボード

1.2.4 Computational Particle Physics 2010 の開催

素粒子原子核研究所の数値グループとともに下記国際ワークショップを開催した。

会議名 : CPP2010 (Third Computation Particle Physics), Tsukuba, Japan

日付 : September 24-26, 2010

ホームページ : <http://minami-home.kek.jp/cpp2010/>

規模 : 参加者約40名

発表論文

T. Kaneko and T. Ueda, "Geometric method of sector decomposition", *Comput. Phys. Commun.* **181**, (2010) 1352-1361. (査読あり)

T. Kaneko and H. Sugawara, "Broken S_3 symmetry in flavor physics", *Phys. Lett. B* **697** (2011) 329 - 332. (査読あり)

湯浅富久子、石川正、"素粒子反応の自動計算システムと多倍長精度計算"、計測自動制御学会 会誌「計測と制御」、Vol.49, No.5 (2010) 291. (査読無し)

口頭発表

T. Kaneko, "Numerical calculation of one-loop integration with Hypergeometric functions Loop Integrals", CPP2010 (Third Computation Particle Physics), Tsukuba, Japan, September 24-26, 2010.

F. Yuasa, " Numerical Approach to Calculation of Feynman Loop Integrals", CPP2010 (Third Computation Particle Physics), Tsukuba, Japan, September 24-26, 2010.

湯浅富久子、「高エネルギー素粒子反応に対する高次補正を含む自動計算プログラム (その1)」、日本物理学会 2010年秋季大会2010年9月10日 - 13日九州工業大学

石川正、「素粒子反応シミュレーションの専用計算化について」、日本物理学会 2010 年秋季大会 2010 年 9 月 10 日 - 13 日九州工業大学

石川正、「素粒子物理学における高精度演算専用システムの開発研究」、総合大学院大学学融合推進センター 平成22年度学融合研究事業公開研究報告会、2010年1月20-21日、湘南国際村センター

ポスター発表

湯浅富久子、「計算機の進展による数理的手法の分析」、総合大学院大学学融合推進センター 平成 22 年度学融合研究事業公開研究報告会、2010 年 1 月 20-21 日、湘南国際村センター